Iranian Journal of Wargaming
AJA Command and Staff University
http://www.ijwg.ir/
Online ISSN: 2676-7708
Print ISSN: 2676-5284

Modeling and Solving the Problem of Deception in Drone Attacks Using Signaling Games

Hamid Bigdeli [1]✉| Saeed Taghvaeifard [2] | Mohammadtaghi Partovi[3]

1. Corresponding Author, Faculty Member of AJA University of Command and Staff, Tehran, Iran. E-mail: h.bigdeli@casu.ac.ir
2. Amirkabir university, Tehran, Iran. E-mail: saeedtf23@gmail.com
3. Faculty Member of AJA University of Command and Staff, Tehran, Iran. E-mail: mtpartovi@chmail.com

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received
27 March 2024
Received in revised form 19 August 2024
Accepted 20 November 2024

Keywords:
Signaling Games, Drone, Defense system, Deception.

ABSTRACT

Objective: In recent decades, the use of military drones as an innovative and vital technology in the military domain has gained significant attention, and accordingly, developing strategies for utilizing and countering deceptive drone attacks has become increasingly crucial. This research focuses on examining optimal strategies for deploying and countering deceptive drones.

Methodology: In the examined interaction, the attacker can manipulate the signals received by the radar, leading the defender astray in identifying the true identity of the attacking object. The attacker decides whether to send genuine or deceptive signals, while the defender decides whether to launch a missile towards the drone or not. Game theory is employed in this article to model and analyze this interaction, and by identifying the complete Bayesian equilibrium with two states of pooling equilibrium and separating equilibrium in the signaling game, the optimal strategy of the attacker and defender has been calculated.

Findings: A method for modeling deception in war has been presented, and the necessary conditions for establishing equilibrium and the expected payoff for each player in the identified equilibria have been calculated.

Conclusion: It was shown mathematically based on the parameters of the presented model, in the conditions where it is possible to use deception, strengthening the defense system for the defender and increasing the knowledge of the attacker towards the defender is of significant importance.

Cite this article: bigdeli, H. taghvaeifard, S. and Partovi, M. (2024). Modeling and Solving the Problem of Deception in Drone Attacks Using Signaling Games. Iranian Journal of Wargaming, 7 (14), 29- 45.

DOI: 10.22034/ijwg.2024.450109.1079

Publisher: Command and Staff University

دوفصلنامه علمی بازی جنگ

دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

http://www.ijwg.ir/

شاپای چاپی: ۵۲۸۴-۲۶۷۶ شاپای الکترونیکی: ۷۷۰۸-۲۶۷۶

مدل‌سازی و حل مسئله فریب در حملات پهپادی با استفاده از بازی‌های علامت‌دهی

حمید بیگدلی[۱]✉| سعید تقوایی فرد [۲]| محمدتقی پرتوی[۳]

۱. نویسنده مسئول، عضو هیئت‌علمی دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران، ایران رایانامه: h.bigdeli@ut.ac.ir

۲. دانش‌آموخته دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران، رایانامه: saeedtf23@gmail.com

۳. عضو هیئت‌علمی دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران، ایران رایانامه: mtpartovi@chmail.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
مقالهٔ پژوهشی

تاریخ دریافت:
۱۴۰۳/۰۱/۰۸

تاریخ بازنگری:
۱۴۰۳/۰۵/۲۹

تاریخ پذیرش:
۱۴۰۳/۰۸/۳۰

کلیدواژه‌ها:
بازی علامت‌دهی، پهپاد، سیستم پدافندی، فریب.

چکیده

هدف: در دهه‌های اخیر استفاده از پهپادهای جنگی به‌عنوان یک فناوری نوآورانه و حیاتی در عرصه نظامی موردتوجه قرار گرفته است و از این جهت راهبردهای لازم برای استفاده از این فناوری اهمیت روزافزونی دارد. در این پژوهش به بررسی راهبردهای بهینه برای به‌کارگیری و همچنین مقابله با حملات پهپادهای فریبنده پرداخته شده است.

روش پژوهش: در تعامل موردبررسی، مهاجم می‌تواند علامت‌های دریافتی توسط رادار را دستکاری کند و مدافع را در مورد شناسایی صحیح شی مهاجم گمراه کند. مهاجم با تصمیم‌گیری در مورد ارسال علامت جنگی یا تقلبی و مدافع با تصمیم‌گیری برای پرتاب یا عدم پرتاب موشک به سمت پهپاد، در حال تعامل هستند. در این مقاله از نظریه بازی برای مدل‌سازی و تجزیه‌وتحلیل این تعامل استفاده شده است و با شناسایی تعادل بیزی کامل با دو حالت تعادل درهم و تعادل مجزا در بازی علامت‌دهی، راهبرد بهینه مهاجم و مدافع محاسبه شده است.

یافته‌ها: روشی برای مدل‌سازی فریب در جنگ ارائه شده است و شروط لازم برای برقراری تعادل و بازده انتظاری برای هر بازیکن در تعادل‌های شناسایی‌شده محاسبه شده است.

نتیجه‌گیری: به شکل کمّی بر مبنای پارامترهای مدل ارائه شده نشان داده شد، در شرایطی که امکان به‌کارگیری فریب وجود دارد تقویت سیستم پدافندی برای مدافع و افزایش شناخت مهاجم نسبت به مدافع از اهمیت بالایی برخوردار است.

استناد: بیگدلی، حمید؛ تقوایی فرد، سعید و پرتوی، محمدتقی (۱۴۰۳). مدل‌سازی و حل مسئله فریب در حملات پهپادی با استفاده از بازی‌های علامت‌دهی. دوفصلنامه بازی جنگ، ۷ (۱۴)، ۲۹- ۴۵.

DOI: 10.22034/ijwg.2024.450109.1079

ناشر: دانشگاه فرماندهی و ستاد ارتش جمهوری اسلامی ایران

CC BY NC ND

مقدمه

در دهه‌های اخیر، با پیشرفت فناوری، پهپادها به‌عنوان یکی از ابزارهای برتر در عرصهٔ نظامی و امنیتی محسوب می‌شوند. این وسایل پروازی بدون سرنشین، با توانایی‌ها و امکانات منحصربه‌فرد، در انجام مأموریت‌های نظامی، نظارت و جمع‌آوری اطلاعات نقش بسیار مهمی ایفا می‌کنند. پهپادها با قابلیت پرواز در ارتفاعات مختلف و تجهیز به دوربین‌ها و حسگرهای پیشرفته، به دفاع مؤثر و حملات دقیق در جنگ‌ها کمک می‌کنند. با توجه به گسترش این فناوری و کاربردهای آن، مقابله با آن نیز برای فرماندهان نظامی اهمیت به‌سزایی دارد.

استفاده از نظریهٔ بازی و رویکردهای ریاضی مرتبط اخیراً توجه روزافزونی در زمینه دفاع جلب کرده است (امیری و بیگدلی، ۲۰۱۹؛ بیگدلی، ۲۰۱۹، ۲۰۲۰؛ بیگدلی و طیبی، ۲۰۱۷؛ بیگدلی، کبیری و طیبی، ۲۰۲۱؛ مهرگان، خراشادی زاده و پرتوی، ۲۰۱۹). این امر به دو دلیل اصلی اتفاق افتاده است. اولاً، نظریه بازی یک چارچوب مناسب فراهم می‌کند تا یک تصمیم سیاستی سطح بالا را از طریق قالب‌بندی آن با اصطلاحات کمی مانند بازده، هزینه، سود یا زیان، خطر و غیره به‌سرعت به راهبرد بهینه تبدیل کند. در نتیجه یک بستر یکپارچه برای تصمیم‌گیران دفاعی فراهم می‌کند تا در رسیدن به یک تصمیم خاص پشتیبانی شوند. ثانیاً، یک چارچوب ریاضی دقیق برای بهینه‌سازی سناریوهای متعدد و ارزیابی تطابق با معیارهای تعریف شده ارائه می‌دهد. این ارزیابی سریع اغلب عامل موفقیت حیاتی در هنگام عملیات دفاعی است و به برتری تصمیم تحت‌فشار زمان منجر می‌شود. این قابلیت همچنین می‌تواند گامی حیاتی در توسعه و استقرار قابلیت‌های مختلف هوش مصنوعی (AI) در عملیات دفاعی شود (Rajagopalan, 2022). همچنین با توجه به گسترش کاربردهای پهپاد در جنگ‌های امروزی، استفاده از نظریه بازی در جنگ‌های پهپادی نیز موردتوجه پژوهشگران قرار گرفته است.

در دنیای پیچیده و پویای امروز، مسئله فریب و تقلب در زمینه‌های مختلف از جمله جنگ، امنیت و روابط بین‌الملل به یکی از چالش‌های اساسی تبدیل شده است. فریبکاران به‌طور راهبردی اطلاعات خصوصی را برای مطابقت با منافع شخصی خود دستکاری می‌کنند و اطلاعات دست‌کاری‌شده را برای فریب‌خوردگان آشکار می‌سازند. فریب‌خوردگان نیز بر اساس این اطلاعات نادرست تصمیم‌گیری می‌کنند که می‌تواند منجر به پیامدهای جدی و فاجعه‌بار شود. برای فریب‌خورده مهم است که بر اساس مشاهدات گذشته باورهای صحیحی شکل دهد، آسیب‌های احتمالی ناشی از فریب را در نظر بگیرد و از اطلاعات مشاهده‌شده برای تصمیم‌گیری به شکل راهبردی استفاده کند.

بنابراین، تصمیم‌گیری در چنین شرایطی به دلیل محدودیت منابع و عدم اطمینان امری حیاتی و چالش‌برانگیز است و ضرورت پرداختن به موضوع فریب در جنگ را نشان می‌دهد.
استفاده از فریب که در جنگ‌های ابتدایی نیز وجود داشته است، صورت‌های پیچیده‌تری در جنگ‌های امروزی گرفته است. یکی از نمونه‌های آن‌که در این مقاله موردبررسی قرار گرفته است، استفادهٔ مهاجم از علامت‌های فریبنده برای گمراه‌کردن مدافع است. در مدل ما، مهاجم سعی می‌کند مدافع را گمراه کند و متعاقباً سعی بر آن است به مدافع در گرفتن بهترین تصمیم کمک شود. به‌طور خاص، سناریویی که در این مقاله بررسی می‌کنیم به شرح زیر است.
راداری را فرض کنید که در آن برای هر شی دو برچسب مهاجم و عادی در نظر گرفته شده است. مهاجم این قابلیت را دارد که علامت‌های دریافتی توسط رادار را دستکاری کند، به‌طوری‌که مهاجم را به شکل یک شی عادی در نظر بگیرد یا یک شی عادی را به‌عنوان مهاجم شناسایی کند.

مبانی نظری و پیشینه‌های پژوهش

در این بخش ابتدا به برخی از مرتبط‌ترین پیشینه‌های داخلی و خارجی پژوهش اشاره می‌شود و در ادامه به ارائه مفاهیم و تعاریفی که در این پژوهش استفاده شده است، می‌پردازیم.
مدل‌سازی فریب در نظریهٔ بازی در حوزهٔ امنیت سایبری گسترش زیادی داشته است و پژوهش‌های فراوانی با این موضوع انجام شده است، اما در کاربردهای نظامی تعداد محدودی پژوهش وجود دارد که در ادامه به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌کنیم.
بیگدلی و همکاران (۲۰۲۰) استفاده از منابع جعلی و مخفی برای یک مدافع را موردبررسی قرار دادند و یک مدل بهینه‌سازی الفبایی را برای حل این بازی ارائه کردند که در آن احتمال تشخیص فریب توسط مهاجم و هزینه‌های لازم برای استفاده از منابع جعلی و مخفی در نظر گرفته شده است.
ژوانگ و بیر[1] (۲۰۱۱) فریب را به‌عنوان افشای علامتی متفاوت از اقدام پنهان تعریف کردند. آن‌ها مورد خاص امنیت داخلی را در نظر گرفته‌اند که در آن فریب به‌منزله نمایش سطحی متفاوت از سرمایه‌گذاری دفاعی برای دشمن نسبت به آنچه عملاً اجرا می‌شود، در نظر گرفته شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که فریب می‌تواند به‌عنوان راهبردهای تعادلی برای مدافع به کار

1. Zhuang & Bier

گرفته شود. همچنین ژانگ[1] و همکاران (۲۰۱۹) از تعادل زیربازی کامل برای مدل‌سازی و حل تخصیص منابع برای مدافع و مهاجم استفاده کردند.

هسپانها[2] و همکاران (۲۰۰۰) یک چارچوب فریب دفاعی مبتنی بر بازی‌های تصادفی غیرهمکارانه، جمع صفر و با اطلاعات ناقص را ارائه کردند. آن‌ها تجزیه‌وتحلیل کردند که چگونه یک مدافع در یک بازی رقابتی می‌تواند اطلاعات موجود در اختیار حریفان خود را دستکاری کند تا اثربخشی فریب دفاعی را به حداکثر برساند. آن‌ها نشان دادند که اگر اطلاعات به شکل ناقص از مدافع به مهاجم انتقال پیدا کند، فریب می‌تواند اثربخش باشد.

کاتن و لیو[3] (۲۰۱۰) دو افسانه نظامی چین باستان را توصیف کردند و آن‌ها را به‌عنوان بازی‌های علامت‌دهی مدل کردند. در هر دو بازی، رهبران نظامی افسانه‌ای با ارتش‌های مخالف نیرومند با تعداد و قدرت بسیار بیشتر از خود روبه‌رو می‌شوند، اما به‌جای عقب‌نشینی، برای مواجهه آماده می‌شوند و طوری وانمود می‌کنند که نیروهای بیشتری در کمین هستند. حریفانی که اطلاعات ناقصی دارند، تنها پیام‌هایی دارند که می‌توانند از اقدامات مخالفان خود استنباط کنند. ارتش‌های متخاصم که از اعتماد به نفس و شهرتی که این فرماندهان داشتند، ترسیده‌اند. اگرچه در واقع قدرت برتری دارند، اما تصمیم می‌گیرند که درگیر نشوند.

در این تحقیق از بازی علامت‌دهی برای مدل‌سازی و تجزیه‌وتحلیل این تعامل استفاده شده است. بازی علامت‌دهی به دسته‌ای از بازی‌های پویای دو نفره اطلاق می‌شود که در آن یک بازیکن (به نام فرستنده) مطلع است و دیگری (به نام گیرنده) اطلاع ندارد. به‌عبارت‌دیگر، فرستنده دارای اطلاعات خصوصی (نوع آن) است درحالی‌که گیرنده اطلاعات مشترکی در مورد توزیع نوع فرستنده دارد. مجموعهٔ راهبرد فرستنده شامل ارسال پیام مطابق با نوع آن است، درحالی‌که مجموعهٔ راهبرد گیرنده شامل اقدامات مشروط به انتخاب فرستنده است (Shen, 2011). این روش مدل‌سازی در حوزهٔ امنیت سایبری پیش از این موردتوجه پژوهشگران قرار گرفته است و تعاملات مختلفی با این روش بررسی شده است (Carroll, 2009; Çeker 2016; Mohammadi, 2016; Pawlick, 2018; Pawlick, 2015; Pawlick, 2015) که نشان دهنده قابلیت‌های این روش مدل‌سازی است و می‌تواند در کاربردهای نظامی نیز گسترش یابد.

در سناریوی موردمطالعه، مهاجم ابتدا با انتخاب ارسال علامت جنگی یا تقلبی به سیستم پدافندی حرکت می‌کند، پس از آن، سیستم پدافندی بر اساس علامت دریافتی تصمیم می‌گیرد که موشک

1. Zhang
2. Hespanha
3. Cotton & Liu

را به سمت پهپاد پرتاب کند یا خیر. هدف ما این است که تصمیم بهینه برای مهاجم و مدافع را شناسایی کنیم. برای این منظور، تعادل بیزی کامل بازی علامت‌دهی را محاسبه می‌کنیم.

تعریف ۱ (بازی اطلاعات ناکافی[1]): در یک بازی با اطلاعات ناکافی، بازیکنان ممکن است از ویژگی‌های خاصی از بازی یا بازیکنان مانند نوع بازیکن‌های دیگر یا عایدی آن‌ها بی‌اطلاع باشند.

تعریف ۲ (بازی اطلاعات ناقص[2]): در یک بازی اطلاعات ناقص، بازیکنان از اقدامات انتخاب شده توسط بازیکنان دیگر بی‌اطلاع هستند. بااین‌حال، آن‌ها می‌دانند که بازیکنان دیگر چه کسانی هستند، استراتژی‌ها و اقدامات احتمالی آن‌ها چیست و عایدی بازیکنان به ازای نتایج مختلف بازی چیست.

تعریف ۳ (بازی بیزی[3]): بازی‌هایی که در آن بازیکنان دارای اعتقادات درباره اطلاعات ناشناخته هستند و از تحلیل بیزی برای تصمیم‌گیری استفاده می‌کنند را بازی‌های بیزی می‌نامیم که نوعی از بازی‌های اطلاعات ناقص است.

تعریف ۴ (مجموعه اطلاعاتی[4]): مجموعه‌ای از یک یا چند گره تصمیم‌گیری برای یک بازیکن است که حرکات احتمالی را مشروط به آنچه بازیکن تاکنون مشاهده کرده است، تعیین می‌کند؛ به عبارت دیگر، دو یا چند گره تصمیم بخشی از مجموعه اطلاعات یکسانی هستند، درصورتی‌که بازیکن در هنگام تصمیم، نتواند بین آن‌ها تمایز قائل شود.

تعریف ۵ (راهبرد): برنامه‌ای است که تمام موارد احتمالی را در نظر می‌گیرد و از یک اقدام برای هر مجموعه اطلاعاتی تشکیل شده است. بازیکنان می‌توانند از راهبردهای خالص (انتخاب یک عمل خاص) یا راهبردهای مختلط (انتخاب یک توزیع احتمالی از چند عمل) استفاده کنند.

تعریف ۶ (نمایه راهبرد[5]): یک نمایه راهبرد شامل مجموعه‌ای از اتخاذ یک راهبرد برای هر بازیکن است.

تعریف ۷ (تعادل نش): تعادل نش یک نمایه راهبرد است که در آن هر بازیکن نمی‌تواند با تغییر یک‌طرفه راهبردهای خود، سود خود را بهبود بخشد.

تعادل نش منجر به یک حالت ثابت می‌شود که در آن هر بازیکن تصمیم می‌گیرد از تصمیم فعلی خویش منصرف نشود؛ زیرا انجام این کار باعث کاهش سود او می‌شود. توسط نش ثابت شد که

1. Incomplete Information Games
2. Imperfect Information Games
3. Bayesian Games
4. Information Sets
5. Strategy Profile

یک بازی با مجموعهٔ محدودی از بازیکنان که هر کدام دارای مجموعهٔ محدودی از اقدامات هستند، حداقل یک تعادل دارد (Nash, 1950).

روش‌شناسی پژوهش

در این مقاله تعامل بین مهاجم و مدافع به‌عنوان یک بازی علامت‌دهی که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، مدل‌سازی شده است. بازیکن اول (مهاجم) ممکن است یک پهپاد جنگی و با قدرت حمله (A) یا یک پهپاد تقلبی بدون قدرت حمله (F) باشد. در هر دو حالت نیز می‌تواند یکی از دو علامت پهپاد جنگی (a) یا پهپاد تقلبی (f) را ارسال کند. مدافع نیز با مشاهده علامت مهاجم می‌تواند تصمیم بگیرد که موشک را در مقابل با پهپاد پرتاب کند (L) یا واکنشی نشان ندهد (NL). بدیهی است اگر مدافع نوع مهاجم را بشناسد، عمل خود را با توجه به نوع مهاجم، L در مواجهه با A و NL در مواجهه با F، انتخاب می‌کند. همچنین لازم به ذکر است مطابق با مدل‌سازی بازی علامت‌دهی، طبیعت ابتدا تصمیم می‌گیرد و نوع مهاجم را با احتمال θ, $1-\theta$ انتخاب می‌کند.

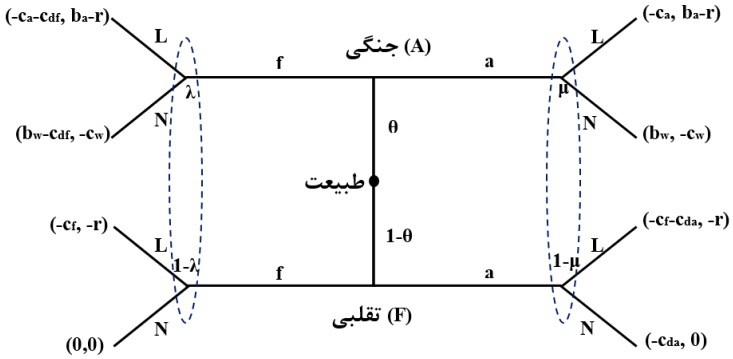
اگر مهاجم جنگی باشد و مدافع موشک پرتاب کند، هزینه C_a که در حقیقت هزینه نابودشدن پهپاد جنگی است به مهاجم تحمیل می‌شود. در طرف مقابل نیز هزینه پرتاب موشک r به مدافع تحمیل می‌شود و به دلیل نابودکردن پهپاد حریف، سود b_a نصیب مدافع می‌شود. در این حالت، درصورتی‌که مهاجم بخواهد علامتی بر خلاف نوع خود ارسال کند (جنگی باشد اما علامت تقلبی بودن را ارسال کند) باید هزینه فریب C_{df} را متحمل بشود. توجه شود که هزینه C_a لزوماً قرینه با سود b_a نیست، برای مثال در صورت عدم توازن قوای تسلیحاتی طرفین نابودشدن یک پهپاد برای یک طرف اهمیت متفاوتی نسبت به‌طرف مقابل خواهد داشت.

اگر مهاجم جنگی باشد و مدافع واکنشی نشان ندهد، سود حمله موفق b_w نصیب مهاجم می‌شود و هزینه C_w را برای مدافع به همراه دارد. مشابه حالت قبل درصورتی‌که مهاجم بخواهد علامتی بر خلاف نوع خود ارسال کند، باید هزینه فریب C_{df} را متحمل بشود. هزینه C_w نیز لزوماً قرینه با سود b_w نیست و در اینجا نیز مواردی مانند اهمیت حفظ تمامیت ارزی برای مدافع می‌تواند قدر مطلق C_w را به شکل محسوسی بزرگ‌تر از b_w کند.

حال به بررسی حالتی می‌پردازیم که مهاجم تقلبی باشد. اگر مهاجم تقلبی باشد و مدافع موشک پرتاب کند، هزینه C_f که در حقیقت هزینه نابودشدن پهپاد تقلبی است به مهاجم تحمیل می‌شود. در طرف مقابل نیز هزینه پرتاب موشک r به مدافع تحمیل می‌شود. در این حالت، درصورتی‌که

مهاجم بخواهد علامتی بر خلاف نوع خود ارسال کند (تقلبی باشد اما علامت جنگی بودن را ارسال کند) باید هزینه فریب C_{da} را متحمل بشود.

اگر مهاجم تقلبی باشد و مدافع واکنشی نشان ندهد، هر دو طرف بدون عایدی خواهند بود. در این حالت، فقط درصورتی‌که مهاجم بخواهد علامتی بر خلاف نوع خود ارسال کند (تقلبی باشد اما علامت جنگی بودن را ارسال کند) باید هزینه فریب C_{da} را متحمل بشود.



شکل (۱) بازی علامت‌دهی بین پهپاد و پدافند

تجزیه‌وتحلیل تعادل

در این بخش بر مبنای تعاریف ارائه شده در بخش قبل به‌طور خلاصه تعادل نش بیزی کامل (PBNE[1]) را تعریف می‌کنیم.

یک بازی اطلاعات ناکافی را می‌توان با افزودن یک بازیکن فرضی به نام طبیعت به بازی اطلاعات ناقص تبدیل کرده و بازده انتظاری را به حرکات ناشناخته طبیعت وابسته کرد. بازیکن طبیعت ابتدا با انتخاب تصادفی نوع بازیکن ۱ از توزیع احتمال پیشینی[2] روی همه انواع بازیکن ۱ حرکت می‌کند. فرض می‌شود که این توزیع توسط همه بازیکنان شناخته شده است. در مثال ما، طبیعت نوع A را با احتمال $Pr(A)=\theta\in[0,1]$ و نوع F را با احتمال $Pr(F)=1-\theta$ اختصاص می‌دهد. این نوع برای بازیکن ۱ خصوصی است و نمی‌تواند مستقیماً توسط بازیکن ۲ مشاهده شود. وقتی بازیکن ۱ نوع خود را مشاهده کرد، تصمیم می‌گیرد چه علامت یا پیامی را به بازیکن ۲ ارسال کند. علامت، اطلاعات غیرمستقیم را در مورد نوع بازیکن ۱ در اختیار بازیکن ۲ قرار می‌دهد. در مثال ما، بازیکن ۱ می‌تواند علامت a را ارسال کند (که نشان می‌دهد بازیکن ۱ از نوع A است)

1. Perfect Bayesian Nash Equilibrium
2. Prior Probability

یا f (که نشان می‌دهد بازیکن ۱ از نوع F است). توجه داشته باشید که بازیکن ۱ می‌تواند علامت a ارسال کند حتی اگر نوع واقعی او F باشد، یا علامت f ارسال کند حتی اگر نوع واقعی او A باشد. بازیکن ۲ علامت را مشاهده می‌کند و سپس با یک عمل، L یا NL پاسخ می‌دهد.

بازیکن ۱ دارای دو مجموعه اطلاعات است، یکی که در آن طبیعت A را اختصاص می‌دهد و دیگری جایی که طبیعت F را اختصاص می‌دهد. این‌ها همه مجموعه اطلاعات تک عضوی هستند زیرا بازیکن ۱ نوع خود را که توسط طبیعت انتخاب شده، می‌داند. بازیکن ۲ همچنین دارای دو مجموعه اطلاعات است، یکی جایی که علامت a را دریافت می‌کند و دیگری جایی که علامت f را دریافت می‌کند. این دو مجموعه از دو گره تشکیل شده‌اند، زیرا بازیکن ۲ وقتی تصمیم خود را برای بازی L یا NL می‌گیرد، نوع واقعی بازیکن ۱ را نمی‌شناسد.

بازی در مثال ما هشت نتیجه دارد. یک نمونه از نتیجه این است که طبیعت A را به بازیکن ۱ اختصاص می‌دهد، بازیکن ۱ علامت f را ارسال کند و بازیکن ۲ با L پاسخ می‌دهد. هر نتیجه منجر به یک عایدی می‌شود. یک عایدی سودی را که هر بازیکن در صورت رسیدن به آن نتیجه به دست می‌آورد، اندازه‌گیری می‌کند. سودهای مربوط به نتیجه i به‌صورت دوتایی (x_i,y_i) نشان داده می‌شوند، اولین مؤلفه عایدی بازیکن ۱ و دومی عایدی بازیکن ۲ است.

در ادامه مثال بالا، یکی از راهبردهای بازیکن ۱ این است که اگر از نوع F است، a را ارسال کند و اگر از نوع A باشد، f را ارسال کند. برای بازیکن ۲، یک راهبرد این است که اگر a را دریافت کرد، با L پاسخ دهد و اگر f را دریافت کرد با NL پاسخ دهد. ازآنجایی‌که بازیکن ۱ دارای دو مجموعه اطلاعات و دو علامت است، ۴ راهبرد دارد. به‌طور مشابه، بازیکن ۲ دارای ۴ راهبرد است. بازیکنان به دنبال حداکثرسازی بازده انتظاری هستند که آن‌ها را وادار می‌کند تا راهبردهایی را انتخاب کنند که سود آن‌ها را به حداکثر می‌رساند.

در یک بازی علامت‌دهی، یک مجموعه اطلاعات می‌تواند در مسیر تعادل یا خارج از مسیر تعادل باشد. یک مسیر تعادلی که به ازای هر تعادل تعیین می‌شود، از تمام گره‌های تصمیم‌گیری با پیروی از راهبرد تعادل تشکیل شده است. یک مجموعه اطلاعاتی در مسیر تعادل است اگر در هنگام اجرای راهبردهای تعادلی با احتمال مثبت به آن برسد و خارج از مسیر تعادل است اگر با احتمال صفر به آن برسد. تعادل نش بیزی کامل (PBNE) یک مفهوم تعادل بازنگری شده است که نحوهٔ بازی یک بازیکن منطقی مبتنی بر قاعده احتمالات بیزی را بیان می‌کند. در این تعریف نمایه‌های راهبرد، شامل باورهای بازیکن‌ها نیز می‌شود. یک بازیکن در مورد اینکه به کدام گره تصمیم در مجموعه اطلاعات رسیده است، یک میزان باور (احتمال بین ۰ و ۱) دارد. باورها

به‌عنوان یک توزیع احتمال بر روی مجموعه گره‌های تصمیم در یک مجموعه اطلاعات نشان داده می‌شوند. در شکل (۱)، بازیکن ۲ اعتقادات $\mu = Pr(A|a)$ را به مجموعه اطلاعات سمت راست و $\lambda = Pr(A|f)$ را به مجموعه اطلاعات سمت چپ نسبت می‌دهد؛ یعنی در مجموعه اطلاعات سمت راست، بازیکن ۲ اعتقاد دارد که بازیکن ۱ از نوع A با احتمال μ و از نوع F با احتمال $1-\mu$ است. به‌طور مشابه، در مجموعه اطلاعات سمت چپ، بازیکن ۲ اعتقاد دارد که بازیکن ۱ از نوع A با احتمال λ و از نوع F با احتمال $1-\lambda$ است.

برای بازی‌های علامت‌دهی، یک تعادل نش بیزی کامل که در آن فرستنده بدون توجه به نوع، علامت مشابهی را می‌دهد، تعادل درهم[1] نامیده می‌شود. تعادل درهم مستلزم این است که بازیکن ۲ دو دسته از باورها داشته باشد، یکی برای مسیر تعادل و دیگری برای خارج مسیر تعادل. باورهای مسیر تعادل با احتمال $\lambda = \theta$ (به همان ترتیب $\mu = \theta$) و باورهای مسیر خارج از تعادل با $\mu \in [0,1]$ (به همان ترتیب $\lambda \in [0,1]$) داده می‌شوند. تعادل مجزا[2] یک تعادل نش بیزی کامل است که در آن فرستنده یک علامت منحصر به فرد برای هر نوع می‌دهد.

تجزیه‌وتحلیل یافته‌های پژوهش

در این بخش بازی علامت‌دهی فریب را برای یافتن PBNE با راهبرد خالص[3] با توجه به عایدی‌های ذکر شده تجزیه‌وتحلیل می‌کنیم. ابتدا سراغ راهبردهای مجزا می‌رویم.

تعادل مجزا

در حالت اول فرض می‌کنیم مهاجم راهبرد کاملاً صادقانه داشته باشد یعنی درصورتی‌که نوع آن جنگی بود، علامت جنگی ارسال کند و درصورتی‌که نوع آن تقلبی بود، علامت تقلبی ارسال کند. در این حالت مدافع با مشاهدهٔ علامت a موشک را پرتاب می‌کند (L) و با مشاهدهٔ علامت f واکنشی نشان نمی‌دهد (NL). با این فرض بازیکن اول انگیزهٔ تخطی از این راهبرد را دارد؛ زیرا درصورتی‌که نوع آن جنگی باشد با ارسال علامت a بازده انتظاری از $-c_a$ که یک عدد منفی است به $b_w - c_{df}$ افزایش پیدا می‌کند، لذا در این صورت بازی تعادل ندارد. بدیهی است که عایدی ناشی از حمله موفق (b_w) برای بازیکن اول بیشتر از هزینه فریب (c_{df}) است.

حالت دیگر اتخاذ راهبرد کاملاً فریبنده توسط مهاجم است؛ به این معنی که در صورت جنگی بودن، علامت تقلبی ارسال کند و در صورت تقلبی بودن، علامت جنگی ارسال کند. در این حالت

1. Pooling equilibrium
2. Separating equilibrium
3. Pure Strategy

مدافع با مشاهده علامت a واکنشی نشان نمی‌دهد و برعکس با مشاهده علامت f اقدام به پرتاب موشک می‌کند. با این فرض بازیکن اول مجدداً انگیزه تخطی دارد؛ زیرا می‌تواند در حالتی که نوع آن جنگی بود علامت جنگی ارسال کند و با توجه به واکنش بازیکن دوم که عدم حمله است عایدی خود را از $-c_a-c_{df}$ به b_w افزایش دهد. در این تغییر هم سود موفقیت در جنگ را دریافت می‌کند و هم با توجه به تطابق نوع و علامت، هزینه ارسال علامت فریبنده را متحمل نمی‌شود؛ لذا در این حالت نیز مجدداً بازی تعادل ندارد.

تعادل درهم

ابتدا فرض می‌کنیم که مهاجم در هر حالتی، چه جنگی باشد چه تقلبی، علامت f را ارسال کند. در این صورت بازده انتظاری مدافع را بر مبنای تصمیم به ارسال یا عدم ارسال موشک بررسی می‌کنیم.

درصورتی‌که مدافع پرتاب موشک را انتخاب کند، بازده انتظاری آن برابر است با:

$$\theta(b_a - r) + (1-\theta)(-r) \qquad (۱)$$

و درصورتی‌که مدافع عدم پرتاب موشک را انتخاب کند، بازده انتظاری آن برابر است با:

$$\theta(-c_w) + (1-\theta)(0) \qquad (۲)$$

لذا مدافع راهبرد پرتاب را انتخاب می‌کند اگر مقدار رابطه (۱) بزرگ‌تر از مقدار رابطه (۲) باشد و در نتیجه:

$$\theta > \frac{r}{b_a + c_w} \qquad (۳)$$

و راهبرد عدم پرتاب را انتخاب می‌کند اگر مقدار رابطه (۲) بزرگ‌تر از مقدار رابطه (۱) باشد و در نتیجه:

$$\theta < \frac{r}{b_a + c_w} \qquad (۴)$$

توجه شود حالت مساوی رابطه ۳ و ۴ که در آن مدافع بی‌تفاوت است با این توضیح که احتمال برقراری تساوی به شکل دقیق در واقعیت ناچیز است، در این بررسی در نظر گرفته نمی‌شود.

درصورتی‌که شرط ۳ برقرار باشد و مدافع راهبرد پرتاب را انتخاب کند، مهاجم درصورتی‌که جنگی باشد، انگیزه تخطی دارد؛ زیرا هزینهٔ ایجاد علامت فریبنده را نمی‌پردازد. در نتیجه در این حالت تعادل شکل نمی‌گیرد؛ اما درصورتی‌که شرط ۴ برقرار باشد و مدافع راهبرد عدم پرتاب را اتخاذ کند، امکان برقراری تعادل بیزی کامل را بررسی می‌کنیم. با توجه به اینکه بازیکن اول درصورتی‌که جنگی باشد و تصمیم خود را عوض کند بازده انتظاری آن از b_w-c_{df} به $-c_a$ یا b_w

تغییر خواهد کرد؛ لذا باید بازده انتظاری مدافع طوری باشد که انتخاب آن در صورت دریافت علامت a حمله باشد، پس رابطه زیر باید برقرار باشد:

$$\mu(-c_w) \leq \mu(b_a - r) + (1-\mu)(-r) \quad (۵)$$

در نتیجه:

$$\mu \geq \frac{r}{b_a + c_w} \quad (۶)$$

حال فرض می‌کنیم که مهاجم در هر حالتی، چه جنگی باشد چه تقلبی، علامت a را ارسال کند. در این صورت بازده انتظاری مدافع را بر مبنای تصمیم به پرتاب یا عدم پرتاب موشک بررسی می‌کنیم.

درصورتی‌که مدافع پرتاب موشک را انتخاب کند، بازده انتظاری آن برابر است با:

$$\theta(b_a - r) + (1-\theta)(-r) \quad (۷)$$

و درصورتی‌که مدافع عدم پرتاب موشک را انتخاب کند، بازده انتظاری آن برابر است با:

$$\theta(-c_w) + (1-\theta)(0) \quad (۸)$$

لذا مدافع راهبرد پرتاب را انتخاب می‌کند اگر مقدار رابطه (۷) بزرگ‌تر از مقدار رابطه (۸) باشد و در نتیجه:

$$\theta > \frac{r}{c_w + b_a} \quad (۹)$$

و راهبرد عدم پرتاب را انتخاب می‌کند اگر مقدار رابطه (۸) بزرگ‌تر از مقدار رابطه (۷) باشد و در نتیجه:

$$\theta < \frac{r}{c_w + b_a} \quad (۱۰)$$

توجه شود حالت مساوی رابطه ۹ و ۱۰ که در آن مدافع بی‌تفاوت است با این توضیح که احتمال برقراری تساوی به شکل دقیق در واقعیت ناچیز است، در این بررسی در نظر گرفته نمی‌شود.

درصورتی‌که شرط ۹ برقرار باشد و مدافع راهبرد پرتاب را انتخاب کند، مهاجم درصورتی‌که تقلبی باشد، انگیزه تخطی دارد؛ زیرا هزینهٔ ایجاد علامت فریبنده را نمی‌پردازد. در نتیجه در این حالت تعادل شکل نمی‌گیرد، اما درصورتی‌که شرط ۱۰ برقرار باشد و مدافع راهبرد عدم پرتاب را اتخاذ کند، امکان برقراری تعادل بیزی کامل را بررسی می‌کنیم. با توجه به اینکه بازیکن اول درصورتی‌که تقلبی باشد و تصمیم خود را عوض کند، بازده انتظاری آن از $-c_{da}$ به $-c_f$ یا ۰ تغییر خواهد کرد؛ لذا باید بازده انتظاری مدافع طوری باشد که انتخاب آن در صورت دریافت علامت a حمله باشد پس روابط زیر باید برقرار باشد:

$$c_{da} \le c_f \quad (۱۱)$$

$$\lambda(-c_w) \le \lambda(b_a - r) + (1-\lambda)(-r) \quad (۱۲)$$

در نتیجه:

$$\lambda \ge \frac{r}{c_w + b_a} \quad (۱۳)$$

$$c_{da} \le c_f \quad (۱۴)$$

در نتیجه توضیحات بالا بازی دو تعادل نش بیزی کامل از نوع درهم دارد.

۱. مهاجم در هر صورت (چه جنگی و چه تقلبی باشد) علامت تقلبی بودن ارسال کند و مدافع نیز اقدام به پرتاب موشک نکند با این شرط که $\theta < \frac{r}{b_a+c_w}$ و $\mu \ge \frac{r}{b_a+c_w}$ باشد که در این حالت بازده انتظاری مهاجم برابر است با $\theta(b_w - c_{df})$ و در مقابل بازده انتظاری مدافع برابر با $\theta(-c_w)$ است.

۲. مهاجم در هر صورت (چه جنگی و چه تقلبی باشد) علامت جنگی بودن ارسال کند و مدافع نیز اقدام به پرتاب موشک نکند با این شرط که $\theta < \frac{r}{c_w+b_a}$ و $\lambda \ge \frac{r}{c_w+b_a}$ و $c_{da} \le c_f$ باشد که در این حالت بازده انتظاری مهاجم برابر است با $\theta(b_w) + (1-\theta)(-c_{da})$ و در مقابل بازده انتظاری مدافع برابر با $\theta(-c_w)$ است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با توجه به تعادل‌های شناسایی شده هرچقدر θ کوچک‌تر باشد، هزینهٔ کمتری به مدافع تحمیل می‌شود. با در نظر گرفتن این نکته که شرط برقراری این دو تعادل $\theta < \frac{r}{c_w+b_a}$ است می‌توان گفت که مدافع با کاهش نسبت $\frac{r}{c_w}$ که در واقع نسبت هزینهٔ پرتاب موشک به هزینهٔ ناشی از حملهٔ مهاجم است، می‌تواند ریسک استفاده بیشتر از پهپادهای جنگی توسط مهاجم را کاهش دهد. این بررسی اهمیت تقویت سیستم پدافند و در نتیجهٔ آن کاهش هزینه پرتاب راکت را به شکل کمّی تأیید می‌کند. برای مثال اگر هزینهٔ یک راکت پدافند X واحد باشد و هزینهٔ حمله مهاجم با پهپاد جنگی به یکی از تسلیحات مدافع نیز برای مدافع X واحد باشد، مهاجم انگیزه دارد که یک حمله با پهپادهای جنگی فریبنده انجام دهد و با توجه به بررسی بالا مدافع بدون پرتاب راکت نظاره‌گر نابودشدن تسلیحات خود خواهد بود.

با بررسی بازده انتظاری مهاجم نیز می‌توان فهمید که با افزایش مقدار θ و یا کاهش هزینه فریب ($-c_{da}$ یا $-c_{df}$) مهاجم سود بیشتری خواهد کرد. با توجه به این نکته که مقدار θ با پارامترهای مدافع محدود می‌شود، هرچقدر مهاجم شناخت دقیق‌تری نسبت به مدافع داشته باشد و بتواند

برآورد دقیق‌تری از این نسبت داشته باشد، می‌تواند نسبت پهپادهای جنگی را افزایش دهد و مطلوبیت بیشتری دریافت کند. همچنین با بهبود فناوری خود در ایجاد فریب و به‌تبع آن کاهش هزینهٔ فریب، موقعیت بهتری در این جنگ برای او ایجاد خواهد شد.

نکتهٔ دیگری که باید اشاره کنیم این است: درصورتی‌که هزینهٔ فریب برای تبدیل پهپاد تقلبی به جنگی بیشتر از هزینهٔ نابودشدن پهپاد جنگی باشد، تعادل ارسال علامت جنگی شکل نخواهد گرفت.

برای ایجاد شهود بهتر از این مدل، مقادیر زیر به‌عنوان نمونه برای مؤلفه‌های بازی در نظر گرفته شده است تا فرایند تصمیم‌گیری حاصل از توضیحات بالا را نشان دهیم.

جدول (۱) مقداردهی با مؤلفه‌های بازی

مقدار	مؤلفه‌ها
۸	سود نابودکردن پهپاد حریف برای مدافع b_a
۱۶	سود حمله موفق برای مهاجم b_w
-۱۵	هزینه نابودشدن پهپاد جنگی برای مهاجم C_a -
-۱	هزینه فریب در حالت تقلبی برای مهاجم C_{da} -
-۳	هزینه فریب در حالت جنگی برای مهاجم C_{df} -
-۶	هزینه پرتاب موشک برای مدافع r -
-۵	هزینه نابودشدن پهپاد تقلبی برای مهاجم c_f -
-۱۲	هزینه عدم واکنش به مهاجم جنگی برای مدافع c_w -

با توجه به این مقادیر و با محاسبه مقدار $\frac{r}{b_a+c_w}$ و همچنین بازده مورد انتظار فرستنده و گیرنده در حالت تعادل درهم برای مقادیر مختلف θ، می‌توان دریافت که در حالتی که ٪۳۰>θ باشد دو تعادل شکل می‌گیرد. در حالت اول اگر θ برابر با ۱۰ درصد باشد، بازده انتظاری مهاجم در صورت ارسال علامت f برابر با ۱/۳ و در حالت ارسال علامت a برابر با ۰/۷ خواهد بود.

در نتیجه راهبرد بهینه برای مهاجم ارسال علامت تقلبی بودن یا (f,f) خواهد بود. برای مدافع نیز راهبرد بهینه عدم پرتاب موشک یا (N,N) و بازده انتظاری برابر با ۱/۲- خواهد بود. در حالت دیگر اگر θ برابر با ۲۸ درصد باشد، بازده انتظاری مهاجم در صورت ارسال علامت f برابر با ۳/۶۴

و در حالت ارسال علامت a برابر با ۳/۷۶ خواهد بود، در نتیجه راهبرد بهینه برای مهاجم ارسال علامت جنگی بودن یا (a,a) خواهد بود. برای مدافع نیز راهبرد بهینه عدم پرتاب موشک یا (N,N) و بازده انتظاری برابر با ۳/۳۶- خواهد بود.

محاسبات بالا نشان می‌دهد در این نمونه عددی اگر درصد پهپادهای جنگی (θ) بالاتر از ۳۰ درصد باشد، تعادل عدم واکنش مدافع شکل نمی‌گیرد و مهاجم ترجیح می‌دهد تا جای ممکن θ را به ۳۰ نزدیک کند. همچنین اگر این درصد کمتر از ۲۵ درصد باشد، در نقطهٔ تعادل مهاجم ترجیح می‌دهد برای همه پهپادها علامت تقلبی بودن (f) ارسال کند و اگر درصد بین ۲۵ و ۳۰ باشد در نقطه تعادل مهاجم ترجیح می‌دهد برای همه پهپادها علامت تقلبی بودن (a) ارسال کند. این نتایج با واقعیت تطابق دارد اما این بررسی مرزهای تصمیم را به شکل دقیق مشخص می‌کند.

در نتیجهٔ این تحقیق شرایط یک حملهٔ بهینه برای یک مهاجم که امکان به‌کارگیری فریب در جنگ را دارد به شکل کمّی بر مبنای پارامترهای مدل ارائه شد و نشان داده شد که هرکدام از طرفین در شرایطی که امکان به‌کارگیری فریب وجود دارد چه سیاست‌هایی را باید اتخاذ کنند تا بیشترین سود و کمترین هزینه را داشته باشند.

برای کارهای آتی می‌توان تعادل‌های مختلط این بازی را نیز موردبررسی قرار داد و زمینهٔ طراحی سیستم پدافندی خودکار را فراهم کرد که در خصوص پرتاب یا عدم پرتاب موشک تصمیم‌گیری کند.

قدردانی

از تمامی عزیزانی که در این پژوهش ما را یاری دادند، بسیار سپاسگزاریم.

منابع

- اسماعیلی، سمانه. حسن‌پور، حسن و بیگدلی، حمید. (۲۰۲۰). *برنامه‌ریزی الفبایی برای حل بازی امنیتی با عایدی‌های فازی و محاسبه راهبرد فریب بهینه*. آینده‌پژوهی دفاعی، ۵(۱۶)، ۸۹-۱۰۸. doi:10.22034/dfsr.2020.39783
- امیری، کامبیز. بیگدلی، حمید. (۲۰۱۹). *بازی‌های سرهنگ بلاتو و سرهنگ ریچارد*. دوفصلنامه بازی جنگ، ۲(۴)، ۷۸-۹۴. doi:10.22034/ijwg.2019.97260
- بیگدلی، حمید. (۲۰۱۹). *کاربرد نظریه بازی در تحلیل دفاع موشکی ضد بالستیک*. دوفصلنامه بازی جنگ، ۲(۴)، ۲۱-۴۰. doi:10.22034/ijwg.2019.97255

- بیگدلی، حمید. (۲۰۲۰). *مدل‌سازی مسائل جنگ الکترونیک با استفاده از بازی مجموع صفر*. دوفصلنامه بازی جنگ، ۲(۵)، ۷-۲۲. doi:10.22034/ijwg.2020.106184
- بیگدلی، حمید. طیبی، جواد. (۲۰۱۷). *ارائه یک مدل و روش حل بازی‌های امنیتی فازی و کاربرد آن در آینده‌پژوهی تهدیدات امنیتی*. آینده‌پژوهی دفاعی، ۲(۶)، ۷-۲۹. http://www.dfsr.ir/article_32898_5b65992a045f7e3021a7559c16c64ffd.pdf
- بیگدلی، حمید. کبیری، مهدی و طیبی، جواد. (۲۰۲۱). *کاربرد مسئله بازی ممانعت شبکه دونفره در شناسایی دشمن*. آینده‌پژوهی دفاعی، ۶(۲۱)، ۶۹-۸۳. doi:10.22034/dfsr.2021.527821.1483
- مهرگان، محمدرضا. خراشادی زاده، محمدرضا و پرتوی، محمدتقی. (۲۰۱۹). *تخصیص بهینه منابع امنیتی با استفاده از نظریه بازی‌ها*. دوفصلنامه بازی جنگ، ۲(۴)، ۴۱-۵۵. doi:10.22034/ijwg.2019.97247

- Carroll, T., & Grosu, D. (2009). *A Game Theoretic Investigation of Deception in Network Security*.
- Çeker, H. Zhuang, J. Upadhyaya, S. La, Q. D. & Soong, B. (2016). *Deception-Based Game Theoretical Approach to Mitigate DoS Attacks*.
- Cotton, C. & Liu, C. (2010) 100 Horsemen and the Empty City: A Game Theoretic Examination of Deception in Chinese Military Legend. *Journal of Peace Research, 48*, 217-223. doi:10.1177/0022343310396265
- Hespanha, J. Ateskan, Y. & kizilocak, h. (2000). *Deception in non-cooperative games with partial information*.
- Ho, E. Rajagopalan, A. Skvortsov, A. Arulampalam, S. & Piraveenan, M. (2022). Game Theory in Defence Applications: A Review. *Sensors, 22*(3), 1032. doi:10.3390/s22031032
- Mohammadi, A. Manshaei, M. H. Mohebbi Moghaddam, M. & Zhu, Q. (2016). *A Game-Theoretic Analysis of Deception over Social Networks Using Fake Avatars*.
- Nash, J. F. (1950). Equilibrium Points in N-Person Games. *Proc Natl Acad Sci U S A, 36*(1), 48-49. doi:10.1073/pnas.36.1.48
- Pawlick, J. Colbert, E & .Zhu, Q. (2018). Modeling and Analysis of Leaky Deception Using Signaling Games With Evidence. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security, PP*. doi:10.1109/TIFS.2018.2886472
- Pawlick, J. Farhang, S. & Zhu, Q. (2015). Flip the Cloud: Cyber-Physical Signaling Games in the Presence of Advanced Persistent Threats. doi:10.13140/RG.2.1.3128.9446
- Pawlick, J. & Zhu, Q. (2015). Deception by Design: Evidence-Based Signaling Games for Network Defense.

- Shen, S. Li, Y. Xu, H. & Cao, Q. (2011). Signaling game based strategy of intrusion detection in wireless sensor networks. *Computers & Mathematics with Applications, 62*, 2404-2416. doi:10.1016/j.camwa.2011.07.027
- Zhang, X. Hipel, K. Ge, B. & Tan, Y. (2019). A game-theoretic model for resource allocation with deception and defense efforts. *Systems Engineering, 22*. doi:10.1002/sys.21479
- Zhuang, J. & Bier, V. (2011). Secrecy and deception at equilibrium, with applications to anti-terrorism resource allocation. *Defence and Peace Economics, 22*, 43-۶۱doi:10.1080/10242694.2010.491668