تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۷/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۵

از صفحه ۲۵ تا صفحه ۴۱

کاربرد نظریه بازی در تحلیل دفاع موشکی ضد بالستیک

حمید بیگدلی[۱]

چکیده

یکی از مسائل مهم در طرح‌ریزی راهبردی، مدیریت دفاع از پایانه سیلوهای موشک بالستیک قاره‌پیما است. تاکتیک‌های مختلفی برای بالا بردن احتمال حفظ این سیلوها در برابر حمله اولیه دشمن مطرح شده است. علاوه بر استفاده از فناوری‌های جدید، مدیریت فناوری‌ها در موفقیت بیشتر و شکست کمتر اهمیت زیادی دارد. بازی جنگ یکی از روش‌های مدیریت دفاعی محسوب می‌شود. پشتیبان تصمیم بازی جنگ ممکن است از روش‌های مختلف ریاضیات و هوش مصنوعی در کنار تجربیات خبرگان نظامی استفاده کند. نظریه بازی یکی از روش‌های مرسوم مورداستفاده در مدل‌سازی و حل مسائل تصمیم‌گیری نظامی است. به‌عنوان نمونه، نحوه تخصیص موشک‌ها و رهگیرها در حمله و دفاع بخشی از مدیریت فناوری محسوب می‌شود. در دفاع موشکی ضد بالستیک می‌توان با تخصیص تعداد بهینه موشک‌های رهگیر به پایانه‌های دفاع شده، تعداد سیلوهای حفظ شده را افزایش داد. در این مقاله نحوه به‌کارگیری نظریه بازی برای تحلیل و مدل‌سازی این مسئله موردمطالعه قرارگرفته است. راهبرد بهینه هر دو طرف آبی (مدافع) و قرمز (مهاجم) موردبررسی قرارگرفته است، یعنی مدافع چگونه موشک‌های رهگیر را تخصیص دهد و مهاجم چگونه موشک‌های بالستیک چندکلاهکه را توزیع کند. این مسئله به‌صورت یک بازی مجموع ثابت که حالت خاصی از بازی مجموع صفر است، مدل‌سازی شده است. سپس، با استفاده از روش کمینه-بیشینه و بیشینه-کمینه به حل مسئله و محاسبه نقطه تعادل پرداخته‌شده است.

واژگان کلیدی: نظریه بازی، بازی جنگ، دفاع موشکی، بازی مجموع ثابت، بازی مجموع صفر.

[۱] پژوهشگر پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

Email: Hamidbigdeli92@gmail.com

Application of Game Theory in Anti-Ballistic Missile Defense

Bigdeli H.[1]

ABSTRACT

One important problem in strategical planning is about defense management of the silos, including continental ballistic missile. Various tactics are employed in order to increase the possibility of successful protection of such silos in response to the first attack of the enemy. In addition to new technologies, management of technologies is far important in success and less important in failure. Wargaming is regarded as one of the defense management methods. Decision-maker uses different mathematics and Artificial Intelligence methods besides the experiences of military intellectuals. Game theory is a method of modelling and solving the problem of decision-making in military terms. For example, how decisions are going to allocate to defense and attack sectors is one of the application of technology management. In anti-ballistic missile defense, it is possible to allocate the optimal number of way-founder missiles toward the defensed silos, increasing the protected silos. In this research, the way of employing game theory in order to analyze and model this problem is used, that is, the defender how to allocate way-founder missiles, and the attacker how distribute the multi-headed ballistic missiles. This problem is considered as a constant-sum game, which is a type of the zero-sum game. Finally, by using min-max and max-min methods, the solution and the equilibrium are presented.

KEYWORDS: Game Theory, Wargaming, Missile Defense, Constant-sum Game, Zero-sum Game

[1] Researcher in institute for the study of war, Aja Command and Staff University

۱- مقدمه

بازی جنگ یک روش حل مسائل تصمیم‌گیری با استفاده از روش‌های ریاضی، مدل‌سازی و شبیه‌سازی است که با توجه به قواعد، داده‌ها و فرآیندهای از پیش تعیین‌شده یا تصادفی از ابعاد منتخب یک رزم‌نامه انجام می‌گیرد. بازی جنگ برگرفته از یک وضعیت حقیقی و یک نبرد مبتنی بر ایده فرمانده است تا این‌که یک میدان عمل برای مهارت و تجربه موردنیاز در هدایت و مدیریت جنگ را فراهم کند و یک میدان آزمایشی برای آزمودن طرح‌های راهبردی، عملیاتی و راهکنشی است. بازی جنگ یکی از فنون آینده‌پژوهی است و فرماندهان نظامی در شناخت دشمن، بررسی راه‌کارهای ممکن و نتایج به‌کارگیری آن‌ها، غافلگیری‌ها و ... از آن استفاده می‌کنند. در بازی جنگ رزم‌نامه‌های مختلفی مورد تجزیه‌وتحلیل قرار می‌گیرد و در موقعیت‌های مختلف، فرماندهان به تصمیم‌گیری می‌پردازند. در این مقاله به تحلیل یک رزم‌نامه با موقعیت دفاع موشکی ضد بالستیک پرداخته‌شده است. دفاع موشکی ضد بالستیک می‌تواند با تخصیص دادن تعداد بهینه موشک‌های رهگیر به پایانه‌ها، تعداد سیلوهای حفظ‌شده را افزایش دهد. یکی از روش‌های بررسی این مسئله استفاده از نظریه بازی است. مدافع به دنبال پاسخ این سؤال است که چگونه موشک‌های رهگیر را تخصیص دهد و مهاجم به دنبال پاسخ‌گویی به سؤال چگونگی توزیع موشک‌های بالستیک چندکلاهکه است. این مسائل تصمیم‌گیری شامل عدم قطعیت و پیچیدگی است. برای بررسی موقعیت‌های پیچیده نبرد استفاده از مدل‌های نظریه بازی مفید به نظر می‌رسد. نظریه بازی شاخه‌ای از تحقیق در عملیات محسوب می‌شود که رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت تضاد را مورد بررسی قرار می‌دهد. محبوبیت نظریه بازی در میان رشته‌های مختلف، ازجمله علوم نظامی، اقتصاد، زیست‌شناسی، علوم سیاسی، علوم رایانه، مهندسی برق، کسب‌وکار، حقوق و سیاست عمومی، در حال افزایش است. طبقه‌بندی‌های مختلفی برای نظریه بازی ارائه‌شده است، ولی در حالت کلی نظریه بازی به دو دسته مهم طبقه‌بندی می‌شود: بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه. بازی‌های غیرهمکارانه شامل دو نوع بازی مجموع صفر و مجموع ناصفر است. پس از انتشار کتاب نظریه بازی و رفتار اقتصادی توسط وان نیومن و مورگنسترن[۱] [1]، نظریه بازی به‌سرعت رشد یافت و کاربردهای وسیعی در علوم مختلف پیدا کرد. سرهنگ الیور هایوود[۲] [2] در مقاله خود اهمیت نظریه بازی را در تصمیم‌گیری فرماندهی نشان داد. او نبردهای مختلفی از جنگ جهانی دوم را

---

1. Von Neumann and Morgenstern
2. Oliver Haywood

از دید نظریه بازی بررسی کرد و نتیجه گرفت که تصمیم رهنامه نظامی مشابه با جواب به‌دست‌آمده از نظریه بازی است. ارزیابی سرهنگ هایوود انجمن تحقیق در عملیات را تشویق کرد تا روش‌های نظریه بازی را بیشتر موردبررسی قرار دهند و در تصمیم‌گیری‌های نظامی از این نظریه استفاده کنند. در دهه اخیر نظریه بازی به‌طور گسترده در مسائل نظامی و امنیتی مورداستفاده قرارگرفته است (برای اطلاعات بیشتر مرجع [3] را ببینید). رزم‌نامه‌های دزد و پلیس [4]، امنیت شبکه‌های رایانه‌ای [5]، سامانه دفاع موشکی ضد بالستیک [6] و تروریسم [7] ازجمله این کاربردها هستند. در دهه اخیر اقدامات کاربردی در این زمینه در کشور آمریکا و در شهرهای لس‌آنجلس و نیویورک صورت گرفته است [3]. در این مقاله به بررسی یک رزم‌نامه ی دفاع موشکی ضد بالستیک پرداخته‌شده است. این مسئله به‌صورت یک بازی مجموع ثابت مدل‌سازی شده و محاسبه نقطه تعادل بازی شرح داده‌شده است. مدل بازی و حل آن از مرجع [8] ارائه‌شده است.

۲-مبانی نظری

در این بخش مقدماتی از مفاهیم بازی جنگ و بازی‌های مجموع صفر که موردنیاز بخش‌های آتی است مرور می‌شود.

بازی جنگ

قبل از بیان تعریفی از بازی جنگ تعریف زیر ارائه می‌گردد:

موقعیت مبارزه، رقابت و تعامل: موقعیتی که دو یا چند مجموعه از افراد، طرف‌ها، نیروهای نظامی یا کشورها که در حال رقابت برای هدف یکسانی هستند یا آرمان‌ها و اهداف متضادی دارند، یک موقعیت مبارزه، رقابت یا تعامل نامیده می‌شود.

بازی جنگ یک روش تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری و حل مسائل در محیط تعاملی، تنازع یا همکاری است که در آن طرف‌های تصمیم‌گیری تلاش می‌کنند با استفاده از روش‌های محاسباتی و تحقیقی داده‌های جمع‌آوری‌شده را تحلیل نظری و تجربی نموده و براساس آن گزینه‌های مختلف را آزمون و پردازش کرده و گزینه بهینه تصمیم را انتخاب نمایند. داده‌های جمع‌آوری‌شده ممکن است به یکی از شیوه‌های زیر در بازی جنگ وارد شود:

۱) داده‌های پایه، این داده‌ها که امروزه با شکل D.B مطرح است، اطلاعات و داده‌های اولیه است که در بازی جنگ توسط سامانه اطلاعات مدیریت تهیه و در بازی جنگ استفاده می‌شود. این اطلاعات بدون هیچ‌گونه پردازشی از سوی سامانه بازی جنگ است و شامل مشخصات تسلیحات، جداول آمارها و ارقام و ... است و بیشتر نقش اسناد بازی جنگ را بر عهده دارد و این اطلاعات و داده‌ها همیشه صحت دارند.

۲) داده‌های پردازش شده: این داده‌ها شامل داده‌ها و اطلاعاتی است که از پردازش اطلاعات پایه‌ای حاصل می‌گردد و نتیجه تعدیل و توسعه آن‌ها در به‌کارگیری اطلاعات پایه‌ای است. این اطلاعات و داده‌ها ممکن است در وضعیتی نادرست و در وضعیتی درست باشند؛ ازاین‌رو از ارزش ثابتی برخوردار نیستند و برحسب موقعیت ارزش آن تغییر می‌کند و بیشتر به‌صورت طیف ارزشیابی می‌شود.

۳) داده‌های بازیافت شده و تطبیقی: برخی از داده‌های بازی جنگ، مستخرج از وضعیت‌های قبلی است و با وضعیت جدید تطبیق داده‌شده است. این داده‌ها نوع دیگری از داده‌های پردازشی است.

۴) داده‌های محیطی: داده‌های محیطی بخشی از داده‌های بازی جنگ است که براثر وضعیت توسط بازیگر، هیئت مدیره رزمایش و ارزیاب‌ها به بازی وارد می‌شود یا داده‌هایی که توسط سنجنده‌ها و حساسه‌های الکترونیکی و الکترواپتیکی از صحنه رزم و نبرد جمع‌آوری و به بازی اعمال می‌گردد.

بسته به تجهیزات در دسترس و دلیل بازی، بازی جنگ یک یا ترکیبی از سه روش شبیه‌سازی را به‌کار می‌گیرد: دستی، رایانه‌ای و ماشینی. روش دستی وسایلی مانند تخته‌های بازی، نقشه‌ها، وسایل اندازه‌گیری، جداول و نمودارها را استفاده می‌کند. روش رایآن‌های از رایانه‌ها برای شبیه‌سازی استفاده می‌کند. شبیه‌سازی ماشینی روی تجهیزات نصب می‌شود مثل شبیه‌ساز جنگ الکترونیک دریایی که به‌طور خاص برای بازی جنگ طراحی می‌شود. بدون توجه به تجهیزات و فنون، هر بازی با توجه به یک مجموعه از قواعد یا روش‌ها مدیریت می‌شود که «قواعد بازی» یا «مدل بازی» نامیده می‌شوند.

در تاریخ نظامی‌گری، همواره روش‌ها و فنونی گسترش داده‌شده که به آن‌ها اجازه می‌دهد در زمان صلح حرفه خود را آزمون نمایند. چنین فنونی براساس روش‌های گوناگون محاسباتی، شبیه‌سازی و شماتیک می‌باشد و «بازی جنگ» نام دارد.

روش هر بازی جنگ شامل هشت مرحله است:

۱) تهیه رزم‌نامه‌ی تمرین
۲) بازی‌وارسازی تمرین
۳) تهیه رزم‌نامه‌ی بازی جنگ
۴) تهیه برآوردهای بازی جنگ مبتنی بر رزم‌نامه (اطلاعات، عملیات، آماد و پش، سایر موارد)
۵) تهیه طرح‌های بازی جنگ
۶) تهیه طرح ارزیابی و کنترل بازی جنگ
۷) اجرای بازی جنگ
۸) ارزیابی و مستندسازی

سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ
این بخش از سامانه بازی جنگ اغلب شامل روش‌های محاسباتی است که به فرماندهان در تصمیم‌گیری و انتخاب راه‌کار کمک می‌کنند. این بخش از سامانه می‌تواند شامل روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه، چندهدفی و نظریه بازی باشد. در این مقاله به نقش نظریه بازی (به‌ویژه بازی مجموع صفر) در این سامانه پرداخته می‌شود.

مفاهیم مقدماتی بازی‌های مجموع صفر

نظریه بازی کاربردهای بسیار زیادی در حل مسائل حوزه دفاع دارد. به‌ویژه نظریه بازی در تحلیل مسائل جنگ در سطوح راهکنشی و راهبردی کاربرد فراوان دارد. در بسیاری از مسائل دنیای واقعی تصمیمات اتخاذ شده توسط یک فرد وابسته به تصمیم فرد یا افراد دیگر است. تصمیم‌گیرندگان در سازمان‌های عمومی و مدیریتی اغلب با مسائل تصمیم‌گیری تحت تضاد یا رقابت مواجه می‌شوند؛ زیرا راهبردهایشان را به‌طور مستقل یا با یک توافق دوجانبه انتخاب می‌کنند؛ و بنابراین عایدی‌های آن‌ها تحت‌تأثیر تصمیمات دیگران است.

در تحلیل راهبردهای دفاع موشکی ضد بالستیک، دو بازیکن داریم (مدافع و مهاجم) که منافعشان با یکدیگر در تضاد است. این مسئله به‌صورت نمایش فرم نرمال مدل‌سازی می‌شود. در این روش تمامی راهبردهای ممکن دو بازیکن را به ترتیب در سطر و ستون ماتریس یا جدول بازی نمایش می‌دهیم. با انتخاب هر جفت راهبرد توسط دو بازیکن، نتایج تصمیماتشان را برحسب توابع عایدی بیان می‌کنیم.

فرض کنید مدافع m راهبرد و مهاجم n راهبرد مختلف داشته باشند، راهبردهای $i=1,...,m$ و $j=1,...,n$ را راهبردهای محض این بازیکنان گوییم. اگر مدافع راهبرد iام و مهاجم راهبرد jام خود را انتخاب کنند، عایدی $\left(\xi_{ij}^{I},\xi_{ij}^{II}\right)$ به‌دست می‌آید که در آن مؤلفه اول عایدی مدافع و مؤلفه دوم عایدی مهاجم می‌باشد. در این مسئله، عایدی بازیکن مدافع تعداد سیلوهای حفظ شده و بازیکن مهاجم، تعداد سیلوهای از بین رفته تعریف شده است. هر بازیکن به دنبال بیشینه‌سازی عایدی خود است. در حالت کلی ماتریس عایدی یک ماتریس $m\times n$ است و به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\prod=\begin{bmatrix}\left(\xi_{11}^{I},\xi_{11}^{II}\right) & \left(\xi_{12}^{I},\xi_{12}^{II}\right) & \cdots & \left(\xi_{1n}^{I},\xi_{1n}^{II}\right)\\ \left(\xi_{21}^{I},\xi_{21}^{II}\right) & \left(\xi_{22}^{I},\xi_{22}^{II}\right) & \cdots & \left(\xi_{2n}^{I},\xi_{2n}^{II}\right)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \left(\xi_{m1}^{I},\xi_{m1}^{II}\right) & \left(\xi_{m2}^{I},\xi_{m2}^{II}\right) & \cdots & \left(\xi_{mn}^{I},\xi_{mn}^{II}\right)\end{bmatrix}$$

اگر در این بازی مجموع عایدی بازیکنان در هر خروجی بازی صفر باشد ($\xi_{ij}^{I} + \xi_{ij}^{II} = ۰$)؛ بازی را مجموع صفر گویند؛ به‌عبارت‌دیگر عایدی مهاجم قرینه عایدی مدافع است، بنابراین کافی است تنها عایدی مدافع نوشته شود. در مدل جدید بازیکن مدافع به‌دنبال بیشینه‌سازی و مهاجم به‌دنبال کمینه‌سازی عایدی مدافع خواهد بود. بنابراین ماتریس بازی به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\prod = \begin{bmatrix} \xi_{۱۱}^{I} & \xi_{۱۲}^{I} & \cdots & \xi_{۱n}^{I} \\ \xi_{۲۱}^{I} & \xi_{۲۲}^{I} & \cdots & \xi_{۲n}^{I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{m۱}^{I} & \xi_{m۲}^{I} & \cdots & \xi_{mn}^{I} \end{bmatrix}$$

در برخی از مسائل بازی، مجموع عایدی‌های دو بازیکن در هر خروجی یک عدد ثابت است. در گزاره زیر نشان داده‌شده که این نوع از مسائل را می‌توان به‌صورت بازی مجموع صفر نوشت. این گزاره برای مسئله دفاع موشکی ضد بالستیک بیان می‌شود.

گزاره: مسئله دفاع موشکی ضد بالستیک از نوع بازی‌های مجموع صفر است.

اثبات:

فرض کنید ξ_{ij}^{I} و ξ_{ij}^{II} به‌ترتیب نمایش‌دهنده تعداد سیلوهای حفظ شده و تعداد سیلوهای نابود شده باشد. اگر تعداد کل سیلوها d باشد، آن‌گاه $\xi_{ij}^{I} + \xi_{ij}^{II} = d$؛ از این رابطه نتیجه می‌شود $\xi_{ij}^{II} = d - \xi_{ij}^{I}$. بنابراین عناصر ماتریس عایدی بازیکنان به‌صورت $\left(\xi_{ij}^{I}, d - \xi_{ij}^{I}\right)$ خواهد بود. اکنون بدون از دست دادن کلیت مسئله (با کسر یا اضافه کردن هر مقدار ثابت نقطه تعادل بازی تغییر نمی‌کند)، با کسر $\frac{d}{۲}$ از هر عایدی، عایدی جدید به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\left(\tilde{\xi}_{ij}^{I}, \tilde{\xi}_{ij}^{II}\right) = \left(\left(\xi_{ij}^{I} - \frac{d}{۲}\right), -\left(\xi_{ij}^{I} - \frac{d}{۲}\right)\right)$$

با توجه به مقادیر عایدی بازی به‌صورت مجموع صفر ($\tilde{\xi}_{ij}^{I} + \tilde{\xi}_{ij}^{II} = ۰$) به‌دست می‌آید.

در بازی مجموع صفر بازیکن اول (که راهبردهای آن در سطرهای ماتریس نوشته شده است) به‌دنبال بیشینه‌سازی عایدی خود است و بازیکن دوم (که راهبردهای آن در ستون‌های ماتریس نوشته شده است) به‌دنبال کمینه‌سازی عایدی بازیکن اول است. بازیکن اول می‌داند که بازیکن دوم به‌دنبال کمینه‌سازی عایدی او است، بنابراین عایدی خود را طوری انتخاب می‌کند که این مقدار را بیشینه کند، یعنی:

$$\max_{i}\min_{j}\xi_{ij}$$

که بیشینه‌سازی روی کمینه سطرها گرفته می‌شود.

به‌طور مشابه، بازیکن دوم می‌داند که بازیکن اول به‌دنبال بیشینه‌سازی عایدی خود است؛ بنابراین راهبرد خود را طوری انتخاب می‌کند که این مقدار را کمینه سازد، یعنی:

$$\min_{j}\max_{i}\xi_{ij}$$

که کمینه‌سازی روی بیشینه ستون‌ها گرفته می‌شود.

درصورتی‌که رابطه زیر برقرار باشد، گوئیم ماتریس عایدی یک نقطه زینی دارد:

$$\max_{i}\min_{j}\xi_{ij}=\min_{j}\max_{i}\xi_{ij}=\xi^{*}_{ij}$$

درصورتی‌که بازی‌ها نقطه زینی داشته باشند، "بازی‌های معین اکید" نامیده می‌شوند، در حالت کلی

$$\max_{i}\min_{j}\xi_{ij}\le\min_{j}\max_{i}\xi_{ij}$$

درصورتی‌که بازی نقطه زینی نداشته باشد یا بازیکنان اطلاع کافی از راهبردهای خود و حریف نداشته باشند از راهبردهای آمیخته استفاده می‌شود. راهبردهای آمیخته از تخصیص مقادیر احتمال به هر یک از راهبردهای محض به‌دست می‌آیند.

بردارهای توزیع احتمال به‌صورت

$$p^{I}=\begin{bmatrix}p^{I}_{۱} & p^{I}_{۲} & \dots & p^{I}_{m}\end{bmatrix}$$

$$p^{II}=\begin{bmatrix}p^{II}_{۱} & p^{II}_{۲} & \dots & p^{II}_{n}\end{bmatrix}$$

بیان می‌شوند، به طوری‌که $\sum_{i=۱}^{n}p^{II}_{i}=۱ \quad \sum_{i=۱}^{m}p^{I}_{i}=۱,$.

اگر بازیکن اول راهبرد آمیخته p^{I} و بازیکن دوم راهبرد آمیخته p^{II} را بازی کنند، آن‌گاه عایدی مورد انتظار بازیکن اول به‌صورت $\pi\left(p^{I},p^{II}\right)=p^{I}\prod\left(p^{II}\right)^{T}$ تعریف می‌شود. با توجه به این‌که بازی مجموع صفر است، عایدی مورد انتظار بازیکن دوم به‌صورت $\pi\left(p^{I},p^{II}\right)=-p^{I}\prod\left(p^{II}\right)^{T}$ خواهد بود. نشان داده می‌شود که در بازی‌های با مجموع صفر دو نفره داریم:

$$\max_{p^I}\min_{p^{II}} p^I \prod \left(p^{II}\right)^T = \min_{p^{II}}\max_{p^I} p^I \prod \left(p^{II}\right)^T$$

زوج راهبردهای $\left(p^{I*}, p^{II*}\right)$ که در رابطه بالا صدق کنند یک جواب تعادل (نقطه تعادل) نامیده می‌شوند. راهبردهای بهینه $\mathrm{p^I}$ و $\mathrm{p^{II}}$ را در حالت کلی می‌توان با حل مسئله برنامه‌ریزی خطی و دوگان به‌دست آورد.

۳-تحلیل دفاع موشکی ضد بالستیک

ماتریس عایدی مسئله دفاع موشکی ضد بالستیک دارای نقطه زینی و یک بازی معین اکید است. بنابراین مدافع و مهاجم می‌توانند برای رسیدن به عایدی بهینه از راهبردهای محض استفاده کنند. راهبرد پدافندی D را با اعداد صحیح $d_0, d_1, ..., d_i, ...$ نشان می‌دهیم که در آن d_i تعداد سیلوهایی است که توسط i موشک رهگیر ضد بالستیک دفاع شده است. اگر d تعداد کل سیلوها و D تعداد کل موشک‌های رهگیر باشد، طبق فرض مذکور داریم:

$$\sum_{\mathrm{i}} \mathrm{d_i} = \mathrm{d},\ \sum_{\mathrm{i}} \mathrm{i d_i} = \mathrm{D}.$$

راهبرد آفندی O را با اعداد صحیح $a_0, a_1, ..., a_j, ...$ نشان می‌دهیم که در آن a_j تعداد سیلوهایی است که توسط j موشک مورد هدف واقع شده است. اگر A تعداد کل موشک‌های مهاجم باشد، داریم:

$$\sum_{\mathrm{j}} \mathrm{a_j} = \mathrm{d},\ \sum_{\mathrm{j}} \mathrm{j a_j} = \mathrm{A}.$$

همان‌گونه که مشاهده شد، راهبردهای D و O تمامی حالت‌های ممکن تخصیص موشک‌های رهگیر و مهاجم به سیلوها را نشان می‌دادند، ولی راهبردهای خاصی وجود دارد که اولین بار توسط سارتوری[۱] معرفی شده و به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\mathrm{D} = \left[\mathrm{d_۰}, \mathrm{d_۱}, \mathrm{d_۲} = \mathrm{d_۱}, \mathrm{d_۳} = \mathrm{d_۱}, ..., \mathrm{d_p} = \mathrm{d_۱}\right]$$

$$\mathrm{O} = \left[\mathrm{a_۰}, \mathrm{a_۱}, \mathrm{a_۲} = \mathrm{a_۱}, \mathrm{a_۳} = \mathrm{a_۱}, ..., \mathrm{a_q} = \mathrm{a_۱}\right]$$

1. Sartori

با استفاده از روابط بالا، داریم:

$$d_0 = d - \frac{2D}{p+1},\ d_1 = \frac{2D}{p(p+1)}$$

و

$$a_0 = d - \frac{2A}{q+1},\ a_1 = \frac{2A}{q(q+1)}$$

که در آن p و q طوری انتخاب می‌شوند که d_0، d_1، a_0 و a_1 اعداد صحیح مثبت باشند.
یک سیلو که با i موشک رهگیر دفاع شده و توسط j موشک مهاجم مورد حمله قرار گرفته است، حفظ می‌شود اگر و تنها اگر $i \geq j$.

احتمال مورد هدف واقع‌شدن یک سیلوی تصادفی توسط دقیقاً j موشک مهاجم برابر $\frac{a_j}{d}$ است؛ بنابراین احتمال حفظ یک سیلو که با دفاع i موشک رهگیر برابر $p_i = \sum_{j=0}^{i} \frac{a_j}{d} = \frac{1}{d}\sum_{j=0}^{i} a_j$ خواهد بود که کسری از نسبت تعداد سیلوهای حمله شده با $j \leq i$ موشک به‌کل سیلوها می‌باشد؛ بنابراین تعداد سیلوهای حفظ شده (مقدار عایدی) برای یک جفت خاص راهبرد D و O برابر مقدار زیر خواهد بود:

$$\xi(D,O) = \sum_i p_i d_i = \frac{1}{d}\sum_i \sum_{j=0}^{j} a_j d_i$$

از روابط بالا نتیجه می‌شود:

$$\xi(D,O) = \frac{2D}{p} - \frac{2DA}{dp(p+1)} + a_0\left(1 - \frac{2D}{dp}\right) + \frac{2D}{dp(p+1)}\left(a_{p+2} + 2a_{p+3} + \cdots\right)$$

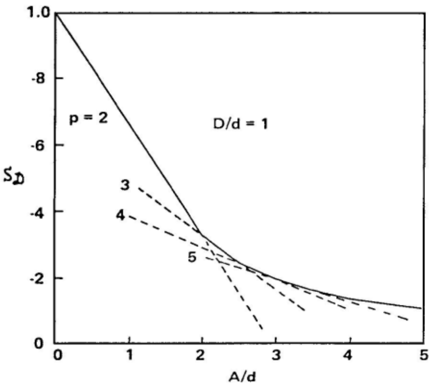
زمانی‌که $a_0 = a_{p+2} = a_{p+3} = \ldots = 0$، داریم:

$$\min \xi(D,O) = \frac{2D}{p} - \frac{2DA}{dp(p+1)}; \qquad p \geq \frac{2D}{d}$$

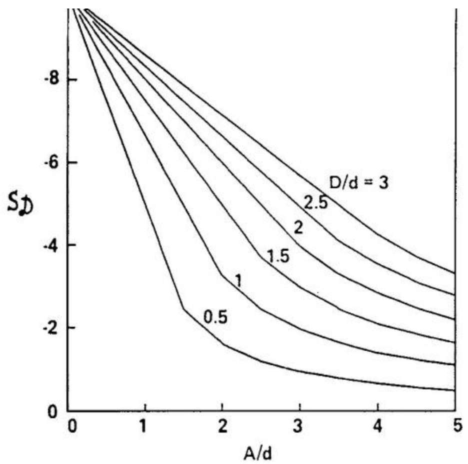
بنابراین $\min \xi(D,O)$ به راهبرد مهاجم بستگی ندارد. بنابراین، به رابطه

$$S_D = \max\min \frac{\xi(D,O)}{d} = \max\min\left(\frac{2D}{d}\frac{1}{p} - \frac{2D}{d}\frac{A}{d}\frac{1}{p(p+1)}\right); \qquad p \geq \frac{2D}{d}$$

مقادیر بیشینه-کمینه رابطه فوق در نمودار شکل شماره یک به‌عنوان تابعی از $\frac{A}{d}$ نمایش داده شده است. در این نمودار $\frac{D}{d} = 1$ می‌باشد. جدول شماره یک نتایج راهبردهای پدافندی را برای چندین مقدار $\frac{D}{d}$ نشان می‌دهد. این نتایج در شکل شماره ۲ آورده شده است.



شکل شماره۱: تعداد سیلوهای حفظ شده برای راهبرد پدافندی بیشینه-کمینه و به ازای $\frac{D}{d} = 1$



شکل شماره ۲: تعداد سیلوهای حفظ شده برای راهبرد پدافندی بیشینه-کمینه و به ازای مقادیر مختلف $\frac{D}{d}$

برای تعیین تعداد سیلوهای حفظ شده راهبرد آفندی (O) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\xi(D,O)=\left(1-\frac{2A}{d(p+1)}\right)d+\frac{2AD}{dq(q+1)}$$
$$-d_{q+1}\left(1+\frac{2A}{dq(q+1)}\right)-d_{q+2}\left(1+\frac{4A}{dq(q+1)}\right)-\cdots$$

جدول (۱) راهبردهای پدافندی در دفاع از سیلوهای موشک بالستیک قاره‌پیما

$\frac{D}{d}$	راهبرد پدافندی (D)	$\min\xi(D,O)$	$\max\min\xi(D,O)$ برد
$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{d}{2}\right)[1,1]$	$\left(1-\frac{A}{2d}\right)d$	$0<\frac{A}{d}<\frac{3}{2}$
	$\left(\frac{d}{6}\right)[4,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{3d}\right)\frac{d}{2}$	$\frac{3}{2}<\frac{A}{d}<2$
	$\left(\frac{d}{12}\right)[9,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{4d}\right)\frac{d}{3}$	$2<\frac{A}{d}<\frac{5}{2}$
	$\left(\frac{d}{20}\right)[16,1,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{5d}\right)\frac{d}{4}$	$\frac{5}{2}<\frac{A}{d}<3$
	$\left(\frac{d}{30}\right)[25,1,1,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{6d}\right)\frac{d}{5}$	$3<\frac{A}{d}<\frac{7}{2}$
1	$\left(\frac{d}{3}\right)[1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{3d}\right)d$	$0<\frac{A}{d}<2$
	$\left(\frac{d}{6}\right)[3,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{4d}\right)\frac{2d}{3}$	$2<\frac{A}{d}<\frac{5}{2}$
	$\left(\frac{d}{10}\right)[6,1,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{5d}\right)\frac{d}{2}$	$\frac{5}{2}<\frac{A}{d}<3$
	$\left(\frac{d}{15}\right)[10,1,1,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{6d}\right)\frac{2d}{5}$	$3<\frac{A}{d}<\frac{7}{2}$
	$\left(\frac{d}{21}\right)[15,1,1,1,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{7d}\right)\frac{d}{3}$	$\frac{7}{2}<\frac{A}{d}<4$
$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{d}{4}\right)[1,1,1,1]$	$\left(1-\frac{A}{4d}\right)d$	$0<\frac{A}{d}<\frac{5}{2}$

$\frac{۵}{۲} < \frac{A}{d} < ۳$	$\left(۱-\frac{A}{۵d}\right)\frac{۳d}{۴}$	$\left(\frac{d}{۲۰}\right)[۸, ۳, ۳, ۳, ۳]$	
$۳ < \frac{A}{d} < \frac{۷}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۶d}\right)\frac{۳d}{۵}$	$\left(\frac{d}{۱۰}\right)[۵, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	
$\frac{۷}{۲} < \frac{A}{d} < ۴$	$\left(۱-\frac{A}{۷d}\right)\frac{d}{۲}$	$\left(\frac{d}{۱۴}\right)[۸, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	
$۴ < \frac{A}{d} < \frac{۹}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۸d}\right)\frac{۳d}{۷}$	$\left(\frac{d}{۵۶}\right)[۳۵, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳]$	
$۰ < \frac{A}{d} < ۳$	$\left(۱-\frac{A}{۵d}\right)d$	$\left(\frac{d}{۵}\right)[۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	۲
$۳ < \frac{A}{d} < \frac{۷}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۶d}\right)\frac{۴d}{۵}$	$\left(\frac{d}{۱۵}\right)[۵, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲]$	
$\frac{۷}{۲} < \frac{A}{d} < ۴$	$\left(۱-\frac{A}{۷d}\right)\frac{۲d}{۳}$	$\left(\frac{d}{۲۱}\right)[۹, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲]$	
$۴ < \frac{A}{d} < \frac{۹}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۸d}\right)\frac{۴d}{۷}$	$\left(\frac{d}{۱۴}\right)[۷, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	
$\frac{۹}{۲} < \frac{A}{d} < ۵$	$\left(۱-\frac{A}{۹d}\right)\frac{d}{۲}$	$\left(\frac{d}{۱۸}\right)[۱۰, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	
$۰ < \frac{A}{d} < \frac{۷}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۶d}\right)d$	$\left(\frac{d}{۶}\right)[۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	$\frac{۵}{۲}$
$\frac{۷}{۲} < \frac{A}{d} < ۴$	$\left(۱-\frac{A}{۷d}\right)\frac{۵d}{۶}$	$\left(\frac{d}{۴۲}\right)[۱۲, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵]$	
$۴ < Ad < \frac{۹}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۸d}\right)\frac{۵d}{۷}$	$\left(\frac{d}{۵۶}\right)[۲۱, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵]$	
$\frac{۹}{۲} < \frac{A}{d} < ۵$	$\left(۱-\frac{A}{۹d}\right)\frac{۵d}{۸}$	$\left(\frac{d}{۷۲}\right)[۳, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵]$	
$۰ < \frac{A}{d} < ۴$	$\left(۱-\frac{A}{۷d}\right)d$	$\left(\frac{d}{۷}\right)[۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	۳
$۴ < \frac{A}{d} < \frac{۹}{۲}$	$\left(۱-\frac{A}{۸d}\right)\frac{۶d}{۷}$	$\left(\frac{d}{۲۸}\right)[۷, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳]$	
$\frac{۹}{۲} < \frac{A}{d} < ۵$	$\left(۱-\frac{A}{۹d}\right)\frac{۳d}{۴}$	$\left(\frac{d}{۱۲}\right)[۴, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱]$	

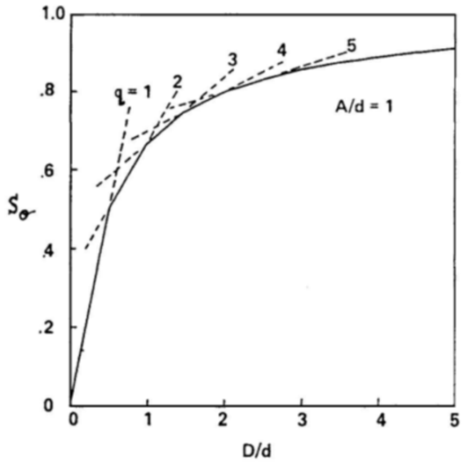
زمانی‌که $d_{q+1} = d_{q+2} = \cdots = 0$ برقرار باشد، بیشینه مقدار رابطه بالا اتفاق می‌افتد؛ بنابراین داریم:

$$\max \xi(D,O) = \left(1 - \frac{2A}{d(q+1)}\right) d + \frac{2AD}{dq(q+1)}$$

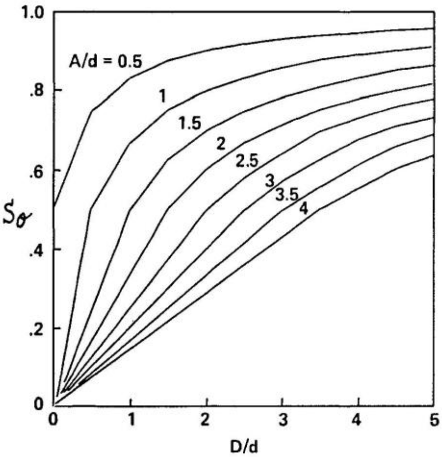
پس همانند قبل، رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$S_O = \min\max \frac{\xi(D,O)}{d} \min\max \left(\left(1 - \frac{2A}{d(q+1)}\right) + \frac{2A}{d}\frac{D}{d}\frac{1}{q(q+1)} \right)$$

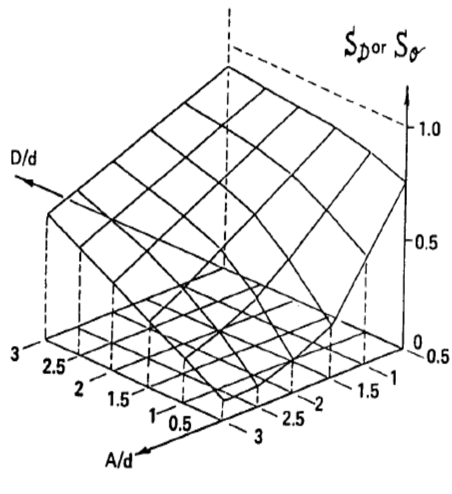
مقادیر کمینه-بیشینه رابطه بالا در نمودار شکل شماره سه زیر به‌عنوان تابعی از $\frac{D}{d}$ نمایش داده شده است. در این نمودار $\frac{A}{d} = 1$ می‌باشد. راهبردهای بهینه آفندی به‌همراه مقادیر کمینه-بیشینه متناظر برای S_O در جدولی مشابه جدول شماره یک به دست می‌آید. در اینجا، این نتایج را در شکل ۴ ارائه کرده‌ایم. درنهایت، ترکیب نمودارهای دو و چهار در نمودار شکل شماره پنج نمایش داده شده است. نمودار شماره پنج نشان می‌دهد که برای تمامی زوج‌های $\frac{D}{d}$ و $\frac{A}{d}$ رابطه $D_D = S_O$ برقرار است. بنابراین مسئله یک نقطه زینی دارد. جواب ارائه شده برای مدافع و مهاجم بهینه است، یعنی مدافع تضمین می‌دهد که حداقل این تعداد بهینه از سیلوها حفظ می‌شود و مهاجم نیز نمی‌تواند راهبرد بهتری برای نابودی تعداد بیشتری سیلو داشته باشد.



شکل شماره۳: تعداد سیلوهای حفظ شده برای راهبرد آفندی کمینه-بیشینه به ازای $\frac{A}{d} = ۱$



شکل شماره۴: تعداد سیلوهای حفظ شده برای راهبرد آفندی کمینه-بیشینه و برای مقادیر مختلف $\frac{A}{d}$



شکل شماره ۵: ترکیب نمودارهای ۲ و ۴

شکل شماره پنج نشان می‌دهد که با این سامانه پدافندی می‌توان بخش قابل توجهی از سیلوها را حفظ کرد. برای مثال، با قرار دادن یک موشک رهگیر برای هر سیلو، یعنی $\frac{D}{d}=۱$، در حالت $\frac{A}{d}=۱$ می‌توان ٪۶۷ سیلوها و در حالت $\frac{A}{d}=۳$ می‌توان ٪۲۰ سیلوها را حفظ نمود.

۴-نتیجه‌گیری

دفاع پاز سیلوهای موشک بالستیک در مسائل طرح‌ریزی راهبردی اهمیت زیادی دارد و روش‌های مختلفی برای بالا بردن احتمال حفظ این سیلوها ارائه شده است. دفاع موفق زمانی رخ می‌دهد که بخش نسبتاً کوچکی از سیلوها حفظ شود و اجازه تلافی کردن با موشک‌های باقیمانده را بدهد؛ بنابراین، مهاجم برتری راهبردی مشخصی از حمله خود به‌دست نخواهد آورد و انگیزه‌ای برای حمله اولیه به سیلوهای دفاع شده نخواهد داشت. شاید بتوان به کمک فناوری‌های جدید بخش قابل توجهی از موشک‌های بالستیک قاره‌پیما و تأسیسات فرماندهی و مراقبت راهبردی را در برابر حمله اولیه محافظت کرد، ولی برای داشتن اثربخشی بیشتر، باید دفاع مستقیم با موشک‌های ضد بالستیک را با تغییر موقعیت دائمی موشک‌های بالستیک قاره‌پیما و همچنین ساخت سامانه‌های پشتیبانی اضافی برای فرماندهی و کنترل ترکیب کرد تا تضمینی برای داشتن قابلیت تلافی باشد. در این مقاله به تحلیل رزم‌نامه‌ی دفاع موشکی ضد بالستیک با استفاده از نظریه بازی پرداخته شد. در این مسئله که به‌عنوان یک موقعیت خاص در یک رزم‌نامه‌ی بازی جنگ در نظر گرفته شده است، دو بازیکن آبی و قرمز به ترتیب به‌عنوان بازیکنان مدافع و مهاجم هستند. مدافع به دنبال پاسخ به این سؤال است که چگونه موشک‌های رهگیر را تخصیص دهد و مهاجم به دنبال پاسخ‌گویی به سؤال چگونگی توزیع موشک‌های بالستیک چندکلاهکه است. برای بررسی و مدل‌سازی این مسئله از نظریه بازی استفاده شد. مسئله به‌صورت یک بازی مجموع ثابت مدل‌سازی شد و در ادامه نشان داده شد که این بازی‌ها را می‌توان به‌صورت یک بازی مجموع صفر در نظر گرفت؛ سپس با معرفی مجموعه راهبردهای خاص تعریف شده، از روش کمینه-بیشینه و بیشینه-کمینه برای حل مسئله و محاسبه نقطه تعادل استفاده شد. پیشنهاد می‌شود برای آموزش فرماندهان نظامی با استفاده از روش ارائه شده، برخی موقعیت‌های مشابه در رزم‌نامه‌های بازی جنگ مورد تحلیل قرار گیرد و نتایج آن بررسی شود.

۵-منابع

[۱] Neumann **J** . V. and Morgenstern O. (1944). “Theory of Games and Economic Behavior” Wiley, New York.

[۱] Haywood O. G. (1989). “Military Decision and Game Theory” Wiley, Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 4, PP 365-385.

[۲] Tambe M. (2012). “Security and game theory, algorithms, deployed systems, lessons learned” Cambridge university.

[۳] Gatti N. (2008). “Game Theoretical Insights in Strategic Patrolling: Model and Algorithm in Normal-Form” in ECAI-08, pp. 403–407, 2008.

[۴] Lye K and Wing J. M. (2005). “Game Strategies in Network Security” International Journal of Information Security, vol. 4, no. 1–2, pp.71–86.

[۶] Brown M., An B., Kiekintveld C., Ordóñez F. and Tambe M. (2014). “An extended study on multi-objective security games” Auton Agent Multi-Agent Syst , 28:31–71.

[۷] Sandler T. and D. G. A. M, (2003). “Terrorism and Game Theory” Simulation and Gaming, vol. 34, no. 3, pp. 319–337.

[۸] Przemieniecki, J.S. (2000), Mathematical Methods in Defense Analyses, American Institue of Aeronautics and Astronautics, Inc.