

## بازی دیفرانسیلی و بازی جنگ در سطح راهبردی

وحید شادرام\*، حسین مسلمی<sup>۲</sup>

پژوهشگر، پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا<sup>۱</sup>

Email: vahidshadram90@gmail.com

عضو هیئت علمی دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا<sup>۲</sup>

### چکیده

بازی جنگ در سطح راهبردی، شاخه‌ای از مدیریت اقتصادی ملی با در نظر گرفتن اثرات هزینه‌های نظامی، مدیریت اقتصادی کشور در طول جنگ و مدیریت بودجه‌های نظامی در زمان صلح می‌باشد. در بازی‌های جنگ در سطح راهبردی جنبه‌های مختلفی نظیر میزان بهینه تسلیحات یک کشور برای رقابت با کشورهای دیگر را در نظر می‌توان گرفت. دانشمندان و فیلسوفان با ارائه نظریات مختلف که در دسته‌بندی‌هایی نظیر تئوری‌های نئوکلاسیک، کینزی و مارکسیستی قرار می‌گیرد ابراز عقیده کرده‌اند. به همین منظور برای بررسی مباحث بازی جنگ در سطح راهبردی، می‌توان از مفاهیم اصلی علم اقتصاد خرد و کلان، نظیر نظریه بازی‌ها، نظریه رشد و اقتصاد سنجی برای ارائه تحلیل استفاده کرد. در این پژوهش، با ارائه کلیاتی از فرضیات نظریه بازی جنگ در سطح کلان و همچنین مباحث اصلی مربوط به این موضوع به ارائه توضیحاتی درمورد ساختار اصلی و نحوه شکل‌گیری نظریات این شاخه از علم اقتصاد پرداخته می‌شود. اصلی‌ترین موضوع در ارائه نظریات بازی جنگ در سطح راهبردی در این مقاله، نحوه اثرگذاری بازی دیفرانسیلی بر نظریات بازی جنگ در سطح راهبردی می‌باشد. در نتیجه، می‌توانیم وضعیت‌های پایدار و یا ناپایدار را که ممکن است منتج به جنگ و تنش‌های نگران‌کننده در سطح جهان شود را شناسایی کنیم. همچنین، اقدامات مناسب را در جهت کاهش احتمال رخداد این وقایع انجام داده و شرایطی را که به افزایش سطح صلح و آرامش در جهان می‌شود را فراهم کنیم.

**واژگان کلیدی:** بازی دیفرانسیلی، بازی جنگ در سطح راهبردی، هزینه‌های نظامی، کنترل بهینه.

## ۱- مقدمه

تعریف بازی جنگ در سطح کلان در راستای تعاریف جدید تهدیدها و توسعه سیاست‌های جدید تکامل یافته است. در طول جنگ سرد و وقایع اولیه بعد از آن، بازی جنگ در سطح کلان به عنوان مطالعه اقتصادی از مباحث دفاعی در سطح راهبردهای کلان کشور، خلع سلاح، جنگ و صلح تعریف شده بود. سپس، در زمان پس از جنگ سرد، تمرکز اصلی بر روی اقتصاد صلح و جنگ تغییر پیدا کرده است. وقایعی نظیر تروریسم، انقلاب‌ها و جنگ‌های مدنی همگی به عنوان زیرمجموعه‌ای از مفاهیم اصلی علم بازی جنگ در سطح کلان در نظر گرفته شده‌اند. بعضی از مهم‌ترین مشارکت‌ها که به توسعه این حوزه از علم اقتصاد کمک کرده‌اند شامل (۱) مدل‌های رقابت تسلیحاتی، (۲) نظریه‌های اقتصادی هم پیمانان، (۳) میزان تقاضای کشورها برای هزینه‌های نظامی، (۴) دفاع، رشد و توسعه، می‌باشند. با توسعه بازی جنگ در سطح کلان محققان توانسته‌اند مطالعات مختلفی را در این زمینه‌ها پیش برده و تلاشی در راستای مطالعات تنش‌ها انجام دهند. با توجه به خلا نظریه‌های پیشرفته نظریه بازی‌ها در فضای حاکم در بازی جنگ، بر آن شدیم تا با ارائه مقاله‌ای این موارد را پوشش داده تا شرایط برای تحقیق‌های گسترده‌تر در این زمینه فرام شود.

## تاریخچه کوتاهی بر بازی جنگ در سطح کلان

دانشمندان و فیلسوفان با ارائه نظریات مختلف که در دسته‌بندی‌هایی نظیر تئوری‌های نئوکلاسیک<sup>۱</sup>، کینزی<sup>۲</sup> و مارکسیستی قرار می‌گیرد ابراز عقیده کرده‌اند. به همین منظور برای بررسی مباحث بازی جنگ در سطح کلان، می‌توانیم از مفاهیم اصلی علم اقتصاد خرد و کلان، نظیر نظریه بازی‌ها، نظریه رشد و اقتصاد سنجی برای ارائه تحلیل استفاده کنیم. در ادامه به توضیحی کوتاه درباره نظرات سه مکتب اقتصادی مختلف در مورد هزینه‌های نظامی می‌پردازیم.

مارکسیست‌ها هزینه‌های نظامی را عاملی اصلی برای پیچیدگی صنعت نظامی در دوران سرمایه‌داری و تنش‌های زمان خود می‌دانستند. این نوع از هزینه‌های دولت‌ها شرایط را برای کنترل سودها و دستمزدهای در شرایطی که میزان مصرف در سطح پایینی بود، مهیا می‌کرد.

در طرف دیگر، مکتب کینزینیسیم‌های نظامی باور به لزوم افزودن هزینه‌کرد نظامی دولت به منظور افزایش رشد اقتصادی داشتند. این لفظ غالباً بطور تحقیرآمیزی در اشاره به سیاستمدارانی به کار می‌رود که اقتصاد کینزی را رد می‌کنند، بجز وقتی که برای اثر مثبت ایجاد اشتغال هزینه‌کرد نظامی استدلال می‌کنند. کینزی‌ها معتقدند دولت باید در وهله اول برای مقاصد سودمندی چون سرمایه‌گذاری در زیرساخت‌ها به کار رود، ولی حتی هزینه‌کرد ناسودمند هم می‌تواند حین رکود

<sup>1</sup> Neoclassic Theories

<sup>2</sup> Keynesian

اقتصادی کمک کند. جان مینارد کینز از هزینه‌کرد دولت برای استفاده از «به نفع صلح و شکوفایی» به جای «جنگ و خرابی» دفاع می‌کرد. سیاست‌های اداره کارهای عمومی در دهه ۱۹۳۰ در ایالات متحده آمریکا، مثالی از این مکتب می‌باشد.

مکتب نئوکلاسیک‌ها، هزینه‌های نظامی را به عنوان یک کالای عمومی در نظر می‌گیرند. در واقع، دولت به عنوان یک عامل عقلایی عمل می‌کند، همچنین تلاش می‌کند تا سطح رفاه جامعه را با در نظر گرفتن سودهای امنیتی، هزینه‌های فرصت و مبادلات بین هزینه‌های مدنی و نظامی افزایش دهد. این نظریه اغلب بدلیل فرضیه‌های غیرواقعی، بطور مثال دولت به عنوان یک عامل عقلایی، مورد انتقاد قرار می‌گیرد. مشهورترین مدل نئوکلاسیک توسط رم و بیسواس در سال ۱۹۸۶ توسعه پیدا کرد و در سال‌های بعد توسط فدر تقویت شد. بطور اساسی بر روی اثرات هزینه‌های نظامی بر روی رشد اقتصادی کشورهای در حال توسعه با در نظر گرفتن اثرات صادرات با مطالعه بر روی سطح کشور تمرکز دارد [۵].

## ۲- بازی دیفرانسیلی

اولین اقدامات بازی دیفرانسیلی به اواخر دهه ۱۹۴۰ برمی‌گردد. ایزاک<sup>۱</sup>، حرکات موشک در مقابل هواپیمای دشمن در وضعیت جهت‌یابی و توصیف کردن که بصورت متغیرهای وضعیت و کنترل نشان داده می‌شود، فرمول کرد و قانون اساسی «عقیده گذار» را پیدا کرد. نوآوری‌های بعدی در تکنیک‌های بازی دیفرانسیلی و مفاهیم اساسی آن ادامه پیدا کرد. اما بدلیل عدم وجود حمایت مالی، کار ایزاک تا سال ۱۹۶۵ بصورت چاپ شده در دسترس قرار نگرفت. در همین زمان، نظریه کنترل بهینه به بلوغ خود نزدیک شد. نظریه کنترل بهینه با ارائه اصل بهینگی، رفتار یک بازیکن را نسبت به شرایطی که در آن قرار دارد، مدل می‌کند. این نظریه، در فضای پیوسته، با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی (شامل محدودیت زمانی، مکانی، موقعیتی و غیره) که یک عامل ممکن است با آن مواجه شود، به بررسی رفتار آن عامل می‌پردازد [۸].

بازی دیفرانسیلی فرم گسترده شده مدل نظریه کنترل بهینه می‌باشد. در یک بازی دیفرانسیلی حداقل دو عامل مختلف و یا مشابه وجود داشته و رفتار آنها مدل می‌شود. برکویتز روش‌های متغیری خود نسبت به بازی‌های دیفرانسیلی را توسعه داد. لیتمن و مان بر روی جنبه‌های هندسی فرآیندهای کنترل بهینه متمرکز شدند. پونترباگین بازی‌های دیفرانسیلی را توسط اصل حداکثرسازی پونترباگین حل کرد. بلمن نیز با ارائه روش خود گامی در جهت حل این بازی‌ها برداشت [۸].

مثال‌های مختلفی برای توضیح و مدل کردن تنش‌های موجود میان کشورها و گروه‌های مختلف وجود دارد که نظریه بازی دیفرانسیلی با استفاده از ویژگی‌های منحصر بفردی که دارد به متخصصان علوم مختلف کمک کرده است که در توضیح وقایع و مسائل مختلف که در این فضای حاکم پرتنش و تضاد

<sup>1</sup> Isaac

که در جهان وجود دارد، موفق شوند. در ادامه ابتدا مدل اصلی بازی دیفرانسیلی را تحت شرایط قطعیت توضیح می‌دهیم و سپس با ارائه مثال‌های مختلف از مباحث مختلف به مفهوم بهتر آن می‌پردازیم. در آخر با ارائه یک مدل مهم از مقاله دجر و سن که در سال ۱۹۸۴ ارائه شد، رابطه آن با مفاهیم بازی جنگ در سطح کلان را بهتر توضیح خواهیم داد.

### ساختار نظریه بازی دیفرانسیلی در وضعیت قطعیت

در این قسمت، سعی می‌کنیم به طور جزئی‌تر با ویژگی عناصر سازنده هر بازی آشنا شده و سپس با ارائه تعریف تعادل نش، ساختار بازی دیفرانسیلی را مورد مطالعه قرار دهیم:

بطور کلی هر بازی از سه بخش زیر تشکیل شده است:

$$1- \text{ بازیکنان عقلایی: } N = \{1, 2, \dots, N\}$$

۲- مجموعه استراتژی‌های امکان پذیر بازیکن  $i \in N$ ،  $U^i$  باشد. به طوری که برای هر

$$u_i \in U^i \text{ استراتژی بازیکن } i \text{ داشته باشیم}$$

۳- بازی هر بازیکن  $i \in N$  تابع با ارزش حقیقی  $J^i(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N)$ ، به طوری

که نمایانگر میزان سود بازیکن  $i \in N$  است، اگر بازیکنان استراتژی  $(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N) \in U^1 \times U^2 \times U^3 \dots \times U^N$  بازی کنند.

✓ تعریف: نمایه استراتژی  $(u_1^*, u_2^*, u_3^*, \dots, u_N^*)$  یک تعادل نش است اگر برای هر

$i \in N$  شرط زیر برقرار باشد:

$$\forall u_i \in U^i \quad J^i(u_1^*, u_2^*, u_3^*, \dots, u_N^*) \geq J^i(u_1^* \dots u_{i-1}^*, u_i, u_{i+1}^*, \dots, u_N^*)$$

این تعریف، به طور ساده‌تر بیان می‌دارد که: تعادل نش، درجایی اتفاق می‌افتد، که هیچ کدام از بازیکنان انگیزه ای برای انحراف نداشته باشند. یعنی در زمان رخ دادن تعادل نش، سودی که هر کدام از بازیکنان می‌گیرند، از زمانی که استراتژی دیگری را انتخاب کنند، بیشتر می‌باشد. با توجه به داشتن ساختار یک بازی استراتژیک و تعریف تعادل نش، ابتدا ساختار اصلی بازی دیفرانسیلی را نوشته و سپس توضیحاتی را در مورد متغیرهای استفاده شده می‌آوریم. برای هر بازیکن داریم:

Maximize  $J^i(u_i)$

$$\begin{aligned} &= \int_t^T e^{-r(s-t)} F(x(s), u_1(s), u_2(s), u_3(s), \dots, u_N(s), s) ds \\ &+ e^{-r(T-t)} S(x(T)) \\ \text{s.t. } &\dot{x}(s) = f(x(s), u_1(s), u_2(s), u_3(s), \dots, u_N(s), s) \\ &x(t) = x \\ &u(s) \in U(x(s), s) \end{aligned}$$

۱- بردار وضعیت،  $x(s)$ : اگر مسئله را ساده در نظر بگیریم، بردار وضعیت دارای یک یا دو

بعد خواهد بود. یعنی  $x(s)$  را متغیر وضعیت می‌نامیم. متغیر  $x(s)$  می‌تواند، نشان

دهنده میزان منبع، سرمایه، ثروت و یا هر متغیر ایستای دیگری باشد.  $\dot{x}(s)$  نمایانگر میزان تغییرات متغیر وضعیت است. برای بردار وضعیت داریم:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$$

۲- بردار کنترلی،  $u(s)$ : اگر مسئله را به صورت کلی در نظر بگیریم، عامل کنترلی هر بازیکن، از  $m$  بعد تشکیل شده است، یعنی برداری می‌باشد. اما به مانند متغیر وضعیت، مسئله را در حالت ساده در نظر گرفته و متغیر کنترلی می‌نامیم. متغیر کنترلی می‌تواند میزان استخراج از یک منبع، میزان سرمایه گذاری، میزان مصرف و یا هر متغیر در جریان دیگری باشد. بردار کنترلی شدنی، عضو مجموعه  $U(x(t), t)$  می‌باشد. یعنی داریم:

$$u(t) \in U(x(t), t) \subseteq \mathbb{R}^m$$

۳- نشان دهنده نرخ تنزیل می‌باشد.

۴- اگر مجموعه  $\Omega = \{(x, u, t) | x \in X, u \in U(x, t), t \in [0, T]\}$  را در نظر بگیریم، تابع  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  یک بردار  $-n$  بعدی،  $(f_1(x, u, t), f_2(x, u, t), \dots, f_n(x, u, t))$  می‌باشد.

۵- تابع  $S(x(T))$ ، در مسئله های با زمان متناهی اتفاق می‌افتد. معمولاً به عنوان تابع ته مانده نامیده می‌شود. این تابع نشان دهنده میزان ارزش باقی مانده از متغیر وضعیت در زمان انتهایی می‌باشد. در مسائل نامتناهی، با توجه به نرخ تنزیل ضرب شده در تابع ته مانده، دارای ارزش صفر می‌باشد و از مسئله حذف می‌شود.

مسئله بازی دیفرانسیلی مانند هر مسئله کنترل بهینه، از روش های حل اصل حداکثرسازی پونتریاگین و یا با استفاده از رابطه همیلتون- جاکوبی- بلمن، که به رابطه HJB معروف می‌باشد، حل می‌شود. اما برخلاف مسئله کنترل بهینه و به این دلیل که در حل مسئله حداکثرسازی، عمل بازیکنان دیگر روی مسئله هر بازیکن اهمیت دارد، دو جواب متفاوت به ما می‌دهد. بعد از حل به روش پونتریاگین، استراتژی تعادلی بازیکنان، استراتژی حلقه باز، و بعد از حل معادله HJB، استراتژی مارکف نتیجه می‌شود. در ادامه تفاوت های این دو استراتژی را توضیح می‌دهیم. اولین تفاوت به ساختار اطلاعاتی هر یک از استراتژی ها برمی‌گردد. استراتژی حلقه باز هر بازیکن، یک مسیر زمانی برنامه‌ریزی شده از اقدامات او است و بازیکنان برای انتخاب استراتژی تنها نیاز به دانستن زمان در آن بازی دارند. در حالیکه در یک استراتژی مارکفی، علاوه بر زمان، وضعیت سیستم در آن زمان نیز باید مشخص و معلوم باشد. پس استراتژی مارکفی از نظر اطلاعات نیاز به معلومات بالاتری برای بازیکنان دارد و در موقعیت هایی که وضعیت بازی قابل مشاهده نیست با مشکل مواجه می‌شود و قابل به کار گیری نیست. اما استراتژی حلقه باز که نیازی به دانستن وضعیت بازی ندارد در این موقعیت ها مفیدتر است. تفاوت دوم به مسئله تعهد در میان این دو استراتژی بر می‌گردد. استراتژی حلقه باز هیچ گونه انعطافی به بازیکنان

جهت عکس العمل نشان دادن به وضعیت بازی در مراحل مختلف نمی‌دهد. در واقع در یک استراتژی حلقه باز بازیکنان باید در ابتدای بازی استراتژی خود را تا انتهای بازی ارائه دهند و در ادامه بازی توانایی تغییر آن را ندارند و باید به آن متعهد بمانند. اما در یک استراتژی مارکفی التزام و تعهد ضعیف‌تر است و بازیکنان می‌توانند در هر مرحله از بازی با توجه به وضعیت‌های مختلف، استراتژی‌های متفاوتی برای خود انتخاب کنند و از آنجایی که ممکن است مقدار واقعی متغیر وضعیت متفاوت از مقدار پیش بینی شده آن باشد، در استراتژی مارکفی بازیکنان این امکان را دارند که به این تفاوت‌ها عکس العمل نشان دهند. در واقع در استراتژی مارکفی بازیکنان در هر مرحله پس از انتخاب استراتژی خود، می‌توانند وضعیت بازی را دیده و از آن بازخورد بگیرند و ادامه مسیر بازی را به نفع خود تغییر دهند.

فرض کنید تابع مشتق پذیر پیوسته  $V: X \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  وجود داشته باشد. این تابع مقدار حداکثر شده تابع هدف را نمایش داده و تابع ارزش نام گذاری می‌شود. با استفاده از این تابع، معادله HJB را نتیجه می‌گیریم:

$$rV(x, t) - V_t(x, t) = \max\{F(x, u, t) + V_x(x, t)f(x, u, t) | u \in U(x, t)\}$$

در این معادله  $x$  بیانگر متغیر وضعیت و  $u$  بیانگر متغیر کنترلی می‌باشد. بنابراین با حداکثر کردن سمت راست این معادله می‌توانیم استراتژی بهینه را به دست آوریم.

### ۳- بازی دیفرانسیلی و بازی جنگ در سطح راهبردی

باتوجه به قابلیت بازی دیفرانسیلی برای مدل کردن مسائل و وقایع مختلف و بدلیل اینکه در بررسی مباحث دفاعی کشورها و دولت‌ها تنها یک کشور، دولت و یا گروه نظامی وجود ندارد، علم نظریه بازی‌ها با توجه به قابلیت‌هایی که دارد شرایط را برای بررسی دقیق‌تر رفتارها و تصمیم‌گیری‌های این کشورها مهیا می‌کند. اما باتوجه به طبیعت پیوسته بودن زمان در طول رخداد وقایع، نیاز داریم تا مباحث دفاعی را نیز بصورت پیوسته مدل کنیم. به همین جهت، استفاده از نظریه بازی دیفرانسیلی ما را در جهت موفق شدن در این زمینه از مباحث کمک خواهد کرد. رقابت‌های تسلیحاتی، رقابت بر سر افزایش قدرت در سطح منطقه و جهان، رقابت در راستای هزینه‌های نظامی، تهدید و امنیت نمونه‌هایی از مباحثی هستند که می‌توانیم با استفاده از بازی دیفرانسیلی آنها را مدل و مورد بررسی قرار دهیم. روش بازی دیفرانسیلی برای بررسی تنش‌ها میان کشورها در حوزه بازی جنگ در سطح کلان مبحث جدیدی نیست. محققان در اتحادیه جماهیر شوروی، بعنوان مثال پونتری‌اگین در سال ۱۹۶۲، و همچنین ایالات متحده آمریکا، بعنوان مثال بلمن ۱۹۵۷، بطور مستقل بر روی محاسبات مسائل مختلف با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی پویا تحقیق‌های گسترده‌ای انجام دادند.

کاربردهای اولیه بازی‌های دیفرانسیلی در این حوزه بیشتر بر روی مباحث چگونگی تعقیب و گریز و وسایل نقلیه برای برخورد و یا عدم برخورد با یکدیگر بودند. اما اغلب مقالات بیشتر بر روی مباحث رقابت تسلیحاتی متمرکز بودند. بطور مثال مقاله‌های دجر و سن ۱۹۸۴، چانگ و همکاران ۱۹۶۶ و لی در سال ۲۰۰۷ به بررسی این بحث بطور جدی پرداختند [۵].

ما در ادامه این مقاله برای درک بهتر از توانایی نظریه بازی دیفرانسیلی در توضیح وقایع دفاعی و بطور کلی بازی جنگ در سطح کلان یکی از مهم‌ترین مقاله‌ها در این زمینه توسط دجر و سن ۱۹۸۴ مورد بررسی قرار گرفت را بصورت تفصیلی ارائه می‌کنیم. لازم به ذکر است که این مقاله زمینه‌ساز پیشرفت‌های گسترده‌ای در حوزه اقتصاد رشد و رابطه آن با هزینه‌های نظامی شد که نتیجه آن تحقیقات گسترده در فضای نااطمینانی با وجود فرض‌های دفاعی و نظامی می‌باشد. تحقیقاتی که کماکان ادامه داشته و اقتصاددانان را در جهت ارائه تحلیل‌های بهتر کمک می‌کند.

### بررسی مدل اثرگذاری هزینه‌های نظامی در کشورهای در حال توسعه

در کشورهای توسعه یافته، توجیه‌های اقتصادی مختلفی را می‌توان در جهت همتراز کردن هزینه‌های تخصیص یافته برای تولید تجهیزات نظامی ارائه کرد. عدم وجود تقاضای کل اثرگذار، فرضیه مصرف کننده ناکافی، یا توسعه بازارهای بین‌المللی توجیهی برای بودجه‌های دفاعی زیاد آنها می‌باشد. هیچ کدام از این علت‌های اقتصادی، یک تصدیق قوی برای کشورهای در حال توسعه نمی‌باشد. محدودیت‌های طرف عرضه، اغلب سبب خروجی کم شده و از طرف دیگر باعث کاهش تخصیصات نظامی کشور با کاهش ظرفیت جذب کننده و رقابت برای منابع کمیاب؛ می‌تواند نرخ رشد را کاهش دهد. جنگ‌ها می‌توانند بسیار گران تمام شده و به طور معمول از توسعه جلوگیری کنند. بنابراین، از نگاه یک کشور در حال توسعه، هزینه‌های دفاعی می‌توانند به عنوان یک زیان اساسی در نظر گرفته شود. علت وجود هزینه‌های نظامی در اقتصادهای در حال توسعه بطور اساسی در عوامل راهبردی (در اینجا لازم به ذکر است که منظور از عوامل راهبردی، بطور کلی به معنی عوامل غیراقتصادی در مورد فعالیت دفاعی کشورها می‌باشد. در بخش بازی دیفرانسیلی، اصطلاح "راهبرد بازی" برای تحلیل عوامل عکس‌العملی بازیکنان بکار برده می‌شود.) پیدا می‌شود. در اینجا، یک تفاوت مهم با کشورهای توسعه یافته وجود دارد. در کشور توسعه یافته، هزینه نظامی، اغلب براساس ملاحظات جهانی، روابط راهبردی شرقی-غربی و عوامل عکس‌العملی چندکشوره می‌باشد. در طرف مقابل، اکثر هزینه‌های دفاعی در کشورهای در حال توسعه مربوط به تنش‌های منطقه‌ای باتوجه به موقعیت جغرافیایی کشورها و اهداف راهبردی محدودی که دارند، است. تنش‌های اخیر میان کشورهای پاکستان و هند، رژیم غاصب صهیونیستی و فلسطین، یونان و ترکیه و دیگر وقایع، نشان دهنده این موضوع هستند که این کشورهای سلطه جو در بودجه‌های نظامی زیاد شرکت می‌کنند و یک رقابت تسلیحاتی را با یکدیگر

شروع کرده و حتی این رقابت به جنگ ختم می‌شود. بنابراین، یک مدل دوعامله مناسب‌ترین روش برای تحلیل این موقعیت‌ها می‌باشد.

اگرچه علت وجود هزینه‌های نظامی، مربوط به راهبردهای کشورها است، بودجه‌های دفاعی و اثرگذاری آنها در یک مدل تخصیص منابع نیز تاثیرگذار هستند. بادر نظر گرفتن محدودیت‌های منابع، کشورهای در حال توسعه مجبور هستند که با دقت بیشتری بر روی ترکیب مصرف دفاعی و غیرنظامی تمرکز کرده و بنابراین مدل‌های اقتصادی بهینه‌سازی برای انتخاب بهترین ترکیب‌ها را حل کنند. بنابراین، مدل‌های ما به طور مستقیم تاکید بر جنبه‌های اقتصادی هزینه‌های دفاعی (علاوه بر جنبه‌های راهبردی) با تاکید بر تخصیص بهینه منابع دارد.

یک نکته دیگری که دارای اهمیت برای تحلیل می‌باشد را در ادامه ارائه می‌دهیم. اغلب کشورهای در حال توسعه با توجه به موقعیت جغرافیایی که دارند، دارای تنش‌های مختلف با همسایگان خود هستند، همسایگانی که لحاظ اندازه اقتصادی متفاوت هستند. یک تعداد از مباحثی که می‌تواند برای شناسایی اندازه مورد استفاده قرار گیرند به این شرح می‌باشند: درآمد ملی کل، جمعیت، ناحیه جغرافیایی، و هزینه نظامی کل. اغلب مشاهده می‌شود که کشورهای در حال توسعه با دو نوع بزرگ و کوچک در همسایگی یکدیگر می‌باشند. روابط درون راهبردی، ادراک‌های تهدید و نشان‌های امنیتی اساسا با اندازه کشورها در ارتباط می‌باشد. مثال‌های فراوانی را می‌توانیم برای این موضوع مانند تنش‌های میان هند و پاکستان، ترکیه و یونان، چین و ویتنام، لیبی و چاد، و وقایع دیگر را در نظر بگیریم.

ملاحظات اندازه نامساوی نشان می‌دهند که ادراک تهدید، هوشیاری امنیتی، عوامل عکس‌العملی نظامی و هزینه‌های نظامی با توجه به بازی دو عامله، به طور اساسی نامتقارن می‌باشند. در اکثر رقابت‌های تسلیحاتی سنتی که با مقاله ریچاردسون (۱۹۶۰) آغاز شد، توابع عکس‌العملی بازیکنان بصورت متقارن برای شرکت کنندگان مدل شد، یک کشور صرفا با توجه به ارزش‌هایی که دارد، تمیز داده می‌شد. در نوع کشورهای در حال توسعه که از لحاظ اقتصادی در شرایط یکسانی قرار ندارند، این اتفاق موضوعیت ندارد. تنش میان کشورهای هند و پاکستان مثالی مناسب برای تحلیل می‌باشد. کشور هند را با اقتصادی بزرگ و کشور پاکستان را کوچک در نظر بگیرید. پاکستان ۷ درصد از مقدار GDP خود را صرف هزینه‌های دفاعی می‌کند، بطوریکه این میزان هزینه برای کشور هند به عنوان یک تهدید غیرقابل قبول زیاد در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، این نسبت هزینه‌های دفاعی به GDP کشور پاکستان به عنوان متغیر تهدید برای کشور هند در نظر گرفته می‌شود. هند ۳ درصد از میزان GDP خود را بر روی هزینه‌های دفاعی صرف می‌کند، و ادعای این موضوع را دارد که به میزان نصف هزینه‌هایی که پاکستان دارد صرف می‌کند، برای بخش نظامی خود در نظر گرفته است. از طرف دیگر، پاکستان میزان سهم هزینه‌های نظامی در GDP کشور هند را به عنوان یک عامل مناسب تهدید به خودش در نظر نمی‌گیرد. اما در واقعیت اینگونه بنظر نمی‌رسد، هند سه برابر کشور پاکستان هزینه



می‌کند و سهم هند از مجموع هزینه‌های دفاعی منطقه ۷۵ درصد می‌باشد که این عامل ایجاد تهدید برای کشور پاکستان می‌باشد. برای کشور بزرگ، میزان بخش نظامی کشور حریف، یک تهدید در نظر گرفته می‌شود؛ اما برای کشور کوچک، سهم منطقه‌ای کشور بزرگ یک تهدید می‌باشد. براحتی می‌توان مشاهده کرد که متغیرهای نماینده برای متغیرها غیرقابل مشاهده «تهدید» و «امنیت» اساساً برای دو کشور متفاوت می‌باشد.

بنابراین، واضح است که سطح هزینه‌های نظامی برای بازیکنان نمایش دهنده معیار صحیحی برای تهدید و امنیت نمی‌باشد. هزینه نظامی به عنوان یک نسبت از متغیرهای دیگر (برای مثال، نسبت دفاع به GDP یا هزینه دفاعی به عنوان یک سهم از مجموع کل منطقه) باید به عنوان متغیرهای توضیح دهنده در مدل‌های ما در نظر گرفته شوند. اما با توجه به اینکه هزینه نظامی ممکن است اثر منفی روی رشد داشته باشد، باید با دقت هزینه‌ها در مقابل هزینه‌های غیرنظامی تخصیص داده شود. ارزش کل هزینه‌های نظامی بر روی جنبه‌های سود/هزینه نسبی اثرگذار نمی‌باشد، زیرا ابزاری برای مقایسه مستقیم با دیگر اقلام هزینه‌های ملی وجود ندارد. در طرف دیگر یک نسبت بالای هزینه‌های نظامی به GDP یک معیار بهتر از توانایی یک کشور در جهت مجهز کردن خودش می‌باشد، بنابراین هزینه فرصت نظامی‌گری توسط این نسبت نشان داده می‌شود. در نتیجه، استفاده از این نوع نسبت‌ها می‌تواند برای یک کشور در حال توسعه مناسب باشد.

روابط راهبردی میان دشمن‌ها با قدرتهای نامساوی در کشورهای جهان سوم می‌تواند توسط تکنیک‌های کنترل بهینه یا بازی دیفرانسیلی مدل شود. در روش کنترل بهینه، کشور اول فرضیه‌هایی روی راهبرد عکس‌العملی کشور دوم در نظر گرفته و تابع مطلوبیت خودش را حداکثر می‌کند. فرضیه‌ها درباره اقدام دشمنان شامل یک متغیر تهدید به کشور اصلی می‌باشد. ادراک تهدید اغلب وابسته به اقدامات بین‌المللی است که می‌تواند به آسانی بازبینی شوند. برای مثال، اکثر کشورهای در حال توسعه از کشورهای توسعه یافته، تجهیزات نظامی خود را خریده و باعث افزایش ایجاد تهدید در کشور دشمن می‌شوند. بطور کل، زمانی که دو کشور دشمن که از لحاظ جغرافیایی در کنار هم‌دیگر هستند، اغلب امکان‌پذیر است که از سطح تهدید کشور حریف خود با یک تقریب نزدیک اطلاع داشته باشند. با در نظر گرفتن این سطح از اطلاعات، اثر شوک‌ها - شوک‌هایی نظیر تغییرات در متغیرهای عکس‌العملی دشمن‌ها - را می‌توانیم تحلیل کنیم.

از طرف دیگر، در روش بازی دیفرانسیلی، هر دو کشور تابع مطلوبیت کشور دشمن خود را در نظر می‌گیرد. با استفاده از بازی دیفرانسیلی به تحلیلی از مقادیر تعادلی متغیرهای وضعیت و کنترلی پرداخته و پایداری این مقادیر را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در مدل هزینه‌های دفاعی، مرسوم است که از راه‌حل‌های فرم-بسته (مارکفی) استفاده کنیم. زیرا با استفاده از این مفهوم، کشورها می‌توانند در زمان‌های مختلف میزان اثرگذاری انتخاب‌هایشان بر روی متغیر وضعیت را مشاهده کنند. بنابراین با

توجه به اینکه در رقابت‌های نظامی، داشتن اطلاعات دارای اهمیت می‌باشد، ما در ادبیات دفاعی از راهبردهای مارکفی استفاده می‌کنیم.

هر دو نوع تحلیل -بازی دیفرانسیلی و کنترل بهینه- در مدل کردن مباحث دفاعی در کشورهای درحال توسعه مفید هستند. کشورهای همسایه با پیش زمینه‌های فرهنگی اجتماعی مشترکشان اغلب این امکان را برای پیش بینی توابع رفاه اجتماعی مهیا می‌کنند. اما، اطلاعات درباره راهبردهای کشورهای دشمن (بطور مثال خرید تسلیحات سنگین توسط هند یا ساخت کارخانه بمب هسته‌ای توسط پاکستان) اغلب در دسترس بوده و می‌تواند به عنوان یک اساس برای بهینه سازی در نظر گرفته شود.

### یک مدل کنترل بهینه برای کشور کوچک

تابع مطلوبیت کشور کوچک وابسته به میزان هزینه‌های در نظر گرفته شده برای بخش غیرنظامی (شامل سرمایه گذاری و مصرف) و همچنین امنیت و تهدید می‌باشد. در تحلیل رفتار دفاعی کشورها، تخصیص منابع میان بخش‌های نظامی و غیرنظامی از اهمیت زیادی برخوردار است. بنابراین، یک افزایش در میزان تخصیص منابع بیشتر به بخش‌های نظامی، تابع مطلوبیت کاهش پیدا خواهد کرد، درحالیکه افزایش در بخش‌های غیرنظامی، این تابع را افزایش خواهد داد. بازمی‌گردیم به موضوع امنیت و تهدید، مفاهیمی که برای بررسی آنها نیاز داریم از متغیرهای جایگزین برای تحلیل بهتری از نحوه اثرگذاری آنها روی تابع مطلوبیت کشورها داشته باشیم، زیرا این مفاهیم قابل مشاهده نیستند. بطور کلی، این موضوع مورد پذیرش برنامه‌ریزهای دفاعی کشورها قرار گرفته است که سهم‌های بیشتر تجهیزات نظامی، به امنیت بیشتر ختم می‌شود. همانطور که قبلاً مورد بررسی قرار گرفته شد، سطح‌های کامل این متغیرها معیار مناسبی برای تحلیل نیستند. بنابراین، امنیت وابسته به سطحی از میزان تجهیزات  $S_1$  به نسبت درآمد ملی کل کشور  $Y_1$  می‌باشد. (از اینجا به بعد، اندیس ۱ برای کشور کوچک، اندیس ۲ برای کشور بزرگ در نظر می‌گیریم). برای بررسی این مدل فرض می‌کنیم که سطح تهدید به صورت داده شده در نظر می‌گیریم و با  $\theta_1$  نمایش می‌دهیم. تابع مطلوبیت برای کشور کوچک بنابراین دارای دو ویژگی مخصوص می‌باشد. (۱) همانطور که در بخش اول بحث شد، سطح‌های کامل سهام‌های نظامی یا هزینه‌های دفاعی با نسبت‌های مناسب در تابع مطلوبیت جایگزین شده‌اند. (۲) هزینه‌ها و تجهیزات نظامی با توجه به درآمد در نظر گرفته شده برای کشور کوچک دارای اهمیت هستند. برای مثال، یک کشور کوچک ممکن است یک مقدار کم بر روی بخش‌های دفاعی خود هزینه کند، اما با توجه به اینکه درآمد ملی آن کم می‌باشد؛ ممکن است که نسبت این هزینه به کل درآمد زیاد باشد. در نتیجه کشور همسایه و بزرگ‌تر، این میزان تخصیص از هزینه بروی بخش نظامی را به عنوان یک تهدید در نظر خواهد گرفت. بطور واضح‌تر، هزینه ۱۰ تا ۱۵ درصدی از درآمد ملی بر روی بخش‌های نظامی یک علامت تهاجمی برای کشور دوم می‌باشد.

تخصیص میان بخش‌های نظامی  $M_1$  و غیرنظامی  $C_1$  توسط رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود

$$Y_1 = C_1 + M_1 \quad (1)$$

باتوجه به اینکه اشاره کردیم باید متغیرها را به عنوان نسبتی از درآمد ملی کل کشور در نظر بگیریم، متغیرهای نسبی به صورت  $c_1 = C_1/Y_1$ ،  $m_1 = M_1/Y_1$ ،  $s_1 = S_1/Y_1$  در نظر می‌گیریم. بنابراین تابع رفاه کشور در طول زمان به صورت زیر می‌باشد

$$W^1 = \int_0^{\infty} e^{-\rho_1 t} u(c_1, s_1, \theta_1) dt \quad (2)$$

بطوریکه  $u(\cdot)$  تابع مطلوبیت کشور کوچک بوده و  $\rho_1$  نرخ ترجیحات زمانی می‌باشد. (فرض می‌کنیم این نرخ، ثابت باشد).

باتوجه به معادله (۱)، رابطه  $m_1 = 1 - c_1$  نتیجه بدست خواهد آمد.

$$W^1 = \int_0^{\infty} e^{-\rho_1 t} u(1 - m_1, s_1, \theta_1) dt \quad (3)$$

تابع مطلوبیت تابعی مشتق پذیر بوده و مشتق‌های این تابع را با  $(u_i)$  نشان می‌دهیم. بطور مشابه،  $u_{ij}$  مشتق  $u_i$  نسبت به  $j$  می‌باشد. بنابر فرض‌های ارائه شده در مقالات گذشته، داریم

$$u_1 > 0, u_2 > 0, u_3 < 0, u_{11} < 0, u_{22} < 0, u_{12} = u_{21} > 0$$

همچنین رابطه بین تغییرات تجهیزات نظامی کل کشور و هزینه‌های نظامی بصورت زیر برای کشور کوچک می‌باشد

$$\dot{S}_1 = M_1 - \delta_1 S_1$$

بطوریکه  $\delta_1$  نرخ استهلاک تجهیزات می‌باشد. بادر نظر گرفتن  $s_1 = S_1/Y_1$ ، معادله زیر بدست خواهد آمد

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= m_1 - (\delta_1 + \beta_1) s_1 \\ &= m_1 - (\alpha_1) s_1 \end{aligned} \quad (4)$$

باتوجه به نتیجه بدست آمده از رابطه حداکثرسازی همیلتون، در نقطه وضعیت پایدار، هزینه نظامی و تجهیزات نظامی، با یک نرخ رشد پیدا می‌کنند. برای نمایش وضعیت پایداری که توضیح داده شد، از نمودار فاز استفاده می‌شود.

$$\dot{m}_1 = \dot{s}_1 = 0$$

مهم‌ترین نتایجی که از بررسی مدل کنترل بهینه کشور کوچک بدست می‌آید را خلاصه می‌کنیم. (۱) وضعیت پایدار، نقطه زینی پایدار را نشان می‌دهد. (۲) زمانی که تهدید افزایش پیدا می‌کند، متغیرهای کنترلی و وضعیت در وضعیت پایدار در یک نقطه جدید تلاقی پیدا می‌کنند. این بدان معنی است که

یک افزایش ناگهانی در سطح تهدید باعث می‌شود که میزان تجهیزات و آمادگی دفاعی کشور افزایش پیدا کند. (۳) در همسایگی نقطه تلاقی بین  $m_1$  و  $s_1$ ، جهت‌ها بصورت مخالف هم هستند. با ثابت در نظر گرفتن مقدار  $Y_1$ ، یک افزایش در سطح میزان تجهیزات  $S_1$  یک سطح کمتر در هزینه‌های نظامی را ناشی می‌شود. این اتفاق ممکن است باعث ایجاد عدم انگیزه تغییر شده، زیرا هرچقدر میزان بیشتری از تجهیزات نظامی یک کشور داشته باشد، سختی بیشتری را برای هزینه‌های بیشتر بر روی بخش‌های نظامی متحمل خواهد شد.

### یک مدل بهینه‌سازی برای کشور بزرگ

کشور بزرگ نیز مانند کشور کوچک با مسئله نحوه تخصیص درآمدها میان بخش‌های نظامی و غیرنظامی مواجه است، در این مدل هزینه‌های نظامی را با  $M_2$  و هزینه‌های غیرنظامی را با  $C_2$  نشان می‌دهیم.

$$\begin{aligned} 1 &= c_2 + m_2, & c_2 &= C_2/Y_2, & m_2 & \\ & & & & & = M_2/Y_2 \end{aligned} \quad (۵)$$

تخصیص بهینه بین هزینه‌های نظامی و غیرنظامی میزان انتخاب بهینه  $m_2$  (و در نتیجه  $C_2$ ) تعیین خواهد شد. یک‌بار دیگر، همانطور که قبلاً بحث کردیم، تهدید از جانب کشور کوچک بر روی کشور بزرگ را در این مدل بصورت متغیر ثابت و برونزا در نظر می‌گیریم و با  $\bar{\theta}_2$  نشان می‌دهیم. علت اصلی وجود نامتقارنی در این قالب مربوط به نحوه اتخاذ متفاوت متغیر "امنیت" برای کشور بزرگ می‌باشد. در طول تاریخ، مشاهده شده است که زمانی که یک کشور کوچک و یک کشور بزرگ در همسایگی همدیگر قرار دارند، تنش‌های مستقیم و غیرمستقیمی برای توازن سطح قدرت در منطقه وجود دارد. ما فرض می‌کنیم که کشور بزرگ دارای قدرت بیشتری است و بنابراین تمایل دارد که قدرت نسبی خود در منطقه را افزایش دهد تا بتواند کنترل بیشتری روی کشورهای اطراف خود داشته باشد. در نتیجه، اگر احساس امنیت را به میزان تجهیزات نظامی  $S_2$  به نسبت هزینه نظامی کل در منطقه ربط دهیم؛ با افزایش بیشتر این نسبت کشور بزرگ از امنیت بیشتری برخوردار خواهد بود. به همین منظور فرض می‌کنیم که  $M$  میزان کل هزینه‌های نظامی در منطقه باشد

$$M = M_1 + M_2 \quad (۶)$$

برای بررسی بهتر و راحت‌تر مدل،  $t_2 = S_2/M$  را در نظر می‌گیریم. این متغیر، میزان آمادگی و امنیت کشور بزرگ را نشان می‌دهد.

مسئله بهینه‌سازی برای کشور دوم به صورت زیر تبدیل خواهد شد

$$\max_{(n_2)} W^2 = \int_0^{\infty} e^{-\rho_2 t} v(1 - (m_1 \mu n_2)/(1 - n_2), t_2, \theta_2) dt \quad (۷)$$

$$\dot{t}_2 = n_2 - \alpha_2 t_2 \quad (۸)$$

با استفاده از قانون حداکثرسازی پونتریاگین، این مسئله حل شده و جزییات آن در مقاله دجر و سن (۱۹۸۱) ارائه شده است.

باتوجه به پایدار بودن نقطه بهینه؛ اگر وضعیت بازی در هر نقطه غیر از نقطه تعادلی باشیم، باتوجه به پایداری نقطه بهینه، انتخاب‌های کشور بزرگ بصورتی انجام می‌گیرد که دوباره به نقطه بهینه که پایداری در آن وجود دارد، بازمی‌گردیم.

نقطه بهینه پایدار،  $\dot{n}_2 = \dot{t}_2 = 0$  نقطه زینی است.

i. درکنار مسیر بهینه پایدار، داریم:  $\partial n_2 / \partial t_2 < 0$

ii. یک افزایش در تهدید  $\theta_2$  مقادیر بهینه  $t_2$  و  $n_2$  را افزایش می‌دهد. بنابراین داریم:

$$\partial n_2^* / \partial \theta_2 > 0 \quad \partial t_2^* / \partial \theta_2 > 0$$

iii. برای یک سطح داده شده از متغیر  $t_2$ ، اگر دولت مقدار  $n_2$  را روی مسیر نقطه زینی منتج

به نقطه بهینه انتخاب کند (با انتخاب کردن  $M_2$  و با فرض  $M$  ثابت)، سیستم به سمت

نقطه بهینگی حرکت خواهد کرد. بنابراین، این امکان وجود دارد که یک ارزش از متغیر

کنترلی  $n_2$  را انتخاب کرده و نقطه بهینه پایدار را در یک فرایند بهینه سازی بدست آورد.

### مدل بازی دیفرانسیلی

دردنیای واقعی، اقداماتی که کشورها انجام می‌دهند، بر روی کشورهای دیگر اثر می‌گذارد. بنابراین، ما به مدلی احتیاج داریم که بتوانیم مسئله را در این شرایط توصیف کند. کشور کوچک هزینه‌های نظامی خود را با استفاده از فرایند بهینه‌سازی و درنظر گرفتن تابع مطلوبیت و اقدامات حریف، انتخاب می‌کند می‌باشد. در طرف دیگر،  $m_1$  (بافرض ثابت درنظر گرفتن درآمد ملی). متغیر کنترل کشور کوچک کشور بزرگ تمایل به افزایش نسبی سطح قدرت در منطقه را داشته تا بتواند به عنوان یک رهبر در  $S_1$  می‌باشد. متغیرهای وضعیت در این مدل به ترتیب  $n_2$  منطقه عمل کند. بنابراین، متغیر کنترل آن می‌باشد. همانطور که قبلاً ذکر شد، ما باتوجه به اینکه دو بازیکن همکاری باهم دیگر انجام  $t_2$  و  $n_2$  نمی‌دهند، با بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه روبرو هستیم که نوع راهبرد هر بازیکن از نوع مارکفی می‌باشد. زیرا راهبرد حلقه-باز، باتوجه به اینکه تنها وابسته به زمان می‌باشد، در این مسئله معنی پیدا نمی‌کند، زیرا کشورها هر لحظه از اثرگذاری راهبردهای کشورها بر روی متغیر وضعیت باید اطلاع برخلاف مدل‌های کنترل بهینه ارائه شده در کسب کرده تا بتوانند رفتار مناسب‌تری را داشته باشند. در نظر بگیریم. برای مثال،  $\theta_2$  و  $\theta_1$  بخش‌های قبل، در این مدل هر مفهوم تهدید را نمی‌توانیم برای خرید سلاح و تجهیزات نظامی از خارج، کمک‌های نظامی، هزینه کردن بر روی انرژی هسته‌ای، ارتباط‌های نزدیک با ابرقدرت‌ها، افزایش در درآمدهای نفتی که منجر به افزایش خرید در زمینه سلاح‌های نظامی می‌شود عواملی بودند که از آنها می‌توانستیم به عنوان تهدید استفاده کنیم. اما

زمانیکه تعامل میان بازیکنان، باتوجه به ساختار نظریه بازی، دارای اهمیت باشد، مجبور خواهیم بود که داشته باشیم. ما در این مدل فرض می‌کنیم که میزان تهدید برای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  تعاریف مشخصی برای برای بدست آوردن تعادل نش، ابتدا باید باشد.  $m_1$  و  $n_2$  کشورهای کوچک و بزرگ به ترتیب برابر اقدام یک بازیکن را بصورت داده شده در نظر گرفت و سپس مسئله را حل کنیم. در این حالت، فرض ثابت باشد. در این حالت، برای حل مدل کشور کوچک، با  $n_2^* = n_2(s_1, t_2)$  می‌کنیم ابتدا  $m_1^*$ ، بجای تهدید با استفاده از تابع همیلتون و شروط آن، متغیر کنترلی تعادلی را  $n_2^*$  جایگذاری ثابت در نظر گرفته و با استفاده از  $m_1^* = m_1(s_1, t_2)$  بدست می‌آوریم. برای کشور بزرگ نیز ابتدا را بدست می‌آوریم. برای بدست آوردن نقطه تعادل برای  $n_2^*$  تابع همیلتون و شروط حداکثرسازی آن در معادله‌های (۴) و (۱۲)، مقادیر تعادلی آنها را  $n_2^*$  و  $m_1^*$  با جایگذاری  $t_2$  و  $s_1$  متغیرهای وضعیت نیز بدست می‌آوریم. از تحلیل‌هایی که در بخش‌های قبل صورت گرفت، می‌دانیم که روابط زیر برقرار هستند

$$\frac{\partial m_1^*}{\partial s_1} < 0, \frac{\partial m_1^*}{\partial t_2} > 0, \frac{\partial n_2^*}{\partial t_2} < 0, \frac{\partial n_2^*}{\partial s_1} > 0$$

اما برای بررسی پایدار بودن تعادل در بازی دیفرانسیلی، از ماتریس ژاکوبی استفاده می‌کنیم. این ماتریس برای این مدل به صورت زیر بیان می‌شود

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{s}_1}{\partial s_1} & \frac{\partial \dot{s}_1}{\partial t_2} \\ \frac{\partial \dot{t}_2}{\partial s_1} & \frac{\partial \dot{t}_2}{\partial t_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^*}{\partial s_1} - \alpha_1 & \frac{\partial m_1^*}{\partial t_2} \\ \frac{\partial n_2^*}{\partial s_1} & \frac{\partial n_2^*}{\partial t_2} - \alpha_2 \end{bmatrix}$$

اثر این ماتریس یک مقدار منفی است. با توجه به اینکه دترمینان ماتریس مثبت می‌باشد (دجر و سن، ۱۹۸۴)، تحت این شرایط پایداری تعادل نش به صورت کلی برقرار است. در نتیجه تعادلی که بدست آوردیم پایدار است.

اثرگذاری هزینه‌های نظامی در میان کشورهای جهان سوم بر روی رفاه خود کشور و همچنین کشور دشمن را، توسط دو روش مختلف می‌توان مورد بررسی قرار داد. (۱) با استفاده از مدل کنترل بهینه و تنها با در نظر گرفتن نگرش یک کشور در مدل، زمانیکه عملکرد کشور دشمن و همسایه را بصورت داده شده و ثابت در نظر بگیریم. (۲) با استفاده از مدل نظریه بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه که در آن هرکدام از کشورها بر روی رفاه کشور حریف خود می‌توانند اثرگذار باشند. در این مقاله نشان داده شد که هر دو کشورها با در نظر گرفتن هرکدام یک از مدل‌های ذکر شده با دو نکته اساسی مواجه هستند؛ اولین نکته مربوط به وجود تضاد "سلاح در برابر کره" (امنیت و مصرف) بوده که نشان دهنده تضاد موجود بین تخصیص منابع به بخش‌های نظامی و غیرنظامی می‌باشد. دومین نکته درباره صحت نامساوی بودن اندازه کشورها بوده، اما نشان دادیم که این نامساوی بودن در اندازه و قدرت کشورها

نتیجه در برتری کلی داشتن نسبت به یکدیگر نمی‌دهد. این نکته قابل ذکری است که بیان می‌کند تحت شرایط عقلانی، هر دو نوع مدل ذکر شده، بازی دیفرانسیلی و کنترل بهینه، دارای جواب‌هایی هستند که شرایط پایداری را دارند. پیش‌فرضی در ادبیات دفاعی و بازی‌های جنگ در سطح راهبردی وجود دارد این است که رفتار ناپایدار و حرکتی که باعث ایجاد تنش و دور شدن از تعادل می‌شود، اغلب به جنگ ختم می‌شوند. گرچه، دستیابی به تعادل پایدار برای برقرار کردن صلح منطقه‌ای کافی نیست، اما این نکته بسیار دلگرم‌کننده می‌باشد که نشان می‌دهد ظرفیت‌هایی برای کشورها، اعم از کوچک و بزرگ، وجود دارد که نشان دهنده وجود تمایل برای حرکت و نزدیک شدن به تعادل و برقراری صلح، کاهش نااطمینانی از آینده و خشونت علیه مردمان می‌باشد. بدون مداخله مستقیم و غیرمستقیم خارجی، این امکان وجود دارد که کشورهای همسایه و در حال توسعه می‌توانند رفاه خود را با توجه به هزینه‌های نظامی‌شان حداکثر کرده و همزمان به صورتی عمل کنند که صلح در منطقه برقرار بوده و باهمدیگر وارد جنگ و تنش نشوند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

با توجه به پیشرفت‌های اساسی در علم نظریه بازی‌ها، می‌توانیم مسائل و وقایع علوم مختلف را بصورت دقیق‌تر مورد بررسی قرار دهیم. خوشبختانه، باوجود مدل نظریه بازی دیفرانسیلی، این توانایی به ما داده شده است تا مسائل را بصورت زمان پیوسته مورد بررسی و تحلیل قرار دهیم. به این ترتیب، بدلیل افزایش اهمیت بررسی مباحث دفاعی، بویژه وجود تهدیدهای اقتصادی، که بخشی از سیاست‌های در نظر گرفته شده در تحلیل راهبردهای بازی جنگ کشورها است، می‌توانیم با استفاده از این نظریه مطالعه دقیق‌تری را نسبت به تصمیم‌گیری‌ها و رفتارهای عاملان مختلف اثرگذار در چرایی انتخاب‌ها انجام دهیم. در این وضعیت، می‌توانیم وضعیت‌های پایدار و یا ناپایدار را که ممکن است منتج به جنگ و تنش‌های نگران‌کننده در سطح جهان شود را شناسایی کنیم. همچنین، اقدامات مناسب را در جهت کاهش احتمال رخداد این وقایع انجام داده و شرایطی را که به افزایش سطح صلح و آرامش در جهان می‌شود را فراهم کنیم. اقدام دیگری که می‌توانیم انجام دهیم، تصادفی در نظر گرفتن مدل‌ها می‌باشد. به این صورت که بوسیله فرایند حرکت براونی با در نظر گرفتن معادله دیفرانسیل تصادفی در قسمت محدودیت مسئله، وجود نااطمینانی را نیز در مدل در نظر گرفته و بوسیله آن نتایج دقیق‌تر و واقعی‌تری را ارائه کنیم. بنابراین، پیشنهادی که در این زمینه می‌توان مطرح کرد، مربوط اضافه کردن فرض وجود نااطمینانی در مدل‌های مورد بررسی قرار گرفته می‌باشد. با انجام این کار، می‌توانیم وقایع را بصورت واقعی‌تر مورد بررسی قرار داده و تحلیل‌های دقیق‌تری را نسبت به آنها ارائه کنیم.

همچنین با توجه به نیاز بخش بازی جنگ در سطح راهبردی به داشتن مدل‌های ریاضی دقیق، با استفاده از مدل بازی دیفرانسیلی در دو حالت قطعی و تصادفی، می‌توانیم از تصمیم‌های عقلانی که تحت شرایط مختلف توسط مسئولان گرفته می‌شود آگاه گشته و نسبت به تصمیمات آتی در این زمینه‌ها با دقت بیشتری عمل کنیم.

## منابع

- [1] Benoit, E.. "Defence and Economic Growth in Developing Countries" 1973.
- [2] Brito, D.L, "A Dynamic Model of an Armaments Race". International Economic Review 13, 359-375, 1972.
- [3] Brito, D.L. and M.D. Intriligator. "Formal Models of Arms Races". Journal of Peace Science 2, 77-88, 1976.
- [4] Cruz, J.B., "Leader-follower strategies for multilevel system" IEEE Transactions on Automatic Control, 244-255, 1978.
- [5] Deger, S, and S. Sen, "Optimal Control and Differential Game Models of Military Expenditure in Less Developed Countries". Journal of Economic Dynamics and Control, 7, pp. 153-169, 1984.
- [6] Deger, S. and S. Sen, "Military Expenditure, Spin-off and Economic Development". Journal of Development Economics 13, 67-83, 1983.
- [7] Deger, S. and S. Sen, "Military Expenditure and Growth in Less Developed Countries". Journal of Conflict Resolution 27, 335-353, 1983.
- [8] Dockner, E., Jorgensen, S., Van Long, N., and Sorger, G., "Differential Games in Economics and Management Science". Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [9] Hartley, K., Sandler, T., "Handbook of Defense Economics." 1995.
- [10] Intriligator, M.D., "Mathematical Optimization and Economic Theory" 1971.
- [11] Intriligator, M.D., "Strategic Considerations in the Richardson Model of Arms Races". Journal of Political Economy 83, 339-353, 1975.
- [12] Mehlmann, A. "Applied Differential Games." 1988.
- [13] Richardson, L.F, "Arms and Insecurity" 1960.