تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۷/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۹/۱۴

از صفحه ۷ تا صفحه ۲۲

مدل‌سازی مسائل جنگ الکترونیک با استفاده از بازی مجموع صفر

حمید بیگدلی[*1]

پژوهشگر، پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا[1]
hamidbigdeli92@gmail.com

چکیده

روش‌های تحقیق در عملیات به طور گسترده در کاربردهای نظامی استفاده می‌شود. نظریه بازی شاخه‌ای از تحقیق در عملیات است و به دو بخش عمده بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه طبقه‌بندی می‌شود. در این مقاله دو کاربرد خاص نظریه بازی غیرهمکارانه در جنگ الکترونیک مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مورد اول به نبرد بین رادار و جمینگ به عنوان دو مبارز و بازیکنان بازی پرداخته می‌شود. این نبرد به صورت خاص و در یک مدل بازی مجموع صفر دونفره با تصمیم‌گیری همزمان بازیکنان مدل‌سازی می‌شود. مدل بازی با تعیین راهبردهای محض و ماتریس عایدی بازی طراحی می‌گردد. سپس نحوه تعیین راهبردهای آمیخته بهینه بازیکنان مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسأله به صورت بازی مجموع صفر مدل‌سازی می‌شود. در ادامه به مطالعه تخصیص منطقی منابع در حمله هوایی با وجود عدم قطعیت نسبت به توانایی‌های دشمن با استفاده از نظریه بازی‌های غیرهمکارانه پرداخته می‌شود. این مسأله نیز با استفاده از مدل‌بازی‌های مجموع صفر تشریح می‌گردد. رزم‌نامه‌های مختلف در موقعیت‌های مشابه مورد بررسی قرار گرفته و نحوه تعیین راهکار بهینه بازیکنان تشریح می‌گردد.

واژگان کلیدی: تحقیق در عملیات، نظریه بازی، بازی مجموع صفر، جنگ الکترونیک.

[*]نویسنده مسئول

۱- مقدمه

در بسیاری از مسائل دنیای واقعی تصمیمات اتخاذ شده توسط یک فرد وابسته به تصمیم فرد یا افراد دیگر است. تصمیم‌گیرندگان در سازمان‌های عمومی و مدیریتی اغلب با مسائل تصمیم‌گیری تحت تضاد یا رقابت مواجه می‌شوند. زیرا راهبردهایشان را به طور مستقل یا با یک توافق دوجانبه انتخاب می‌کنند و لذا عایدی‌های آنها تحت تاثیر تصمیمات دیگران است. نظریه‌ی بازی وسیله‌ای قدرتمند برای تحلیل این گونه مسائل است. در حقیقت نظریه‌ی بازی از روش‌های ریاضی برای تحلیل تصمیم‌گیری‌ها در شرایط تضاد و تعارض استفاده می‌کند. هدف نظریه‌ی بازی تعیین رفتار بازیکن (تصمیم‌گیرنده) است به طوری که منافع بازیکن در مقابل راهبرد حریف بهینه شود. بنابراین مجموعه‌ی جواب‌ها را به صورت راهبردهایی برای بازیکنان مشخص کرده و به دنبال تعیین راهبردی است که بهترین عایدی را در مقابل تصمیم حریف نتیجه دهد. پس از انتشار کتاب نظریه‌ی بازی و رفتار اقتصادی توسط وان نیومن و مورگنسترن[1] [۱]، نظریه‌ی بازی به سرعت رشد یافت و کاربردهای وسیعی در علوم مختلف پیدا کرد. سرهنگ الیور هایوود[2] [۲] در مقاله‌ی خود اهمیت نظریه‌ی بازی را در تصمیم‌گیری فرماندهی نشان داد. او نبردهای مختلفی از جنگ جهانی دوم را از دید نظریه‌ی بازی بررسی کرد و نتیجه گرفت که تصمیم دکترین نظامی مشابه با جواب به دست آمده از نظریه‌ی بازی است. ارزیابی سرهنگ هایوود انجمن تحقیق در عملیات را تشویق کرد تا روش‌های نظریه‌ی بازی را بیشتر مورد بررسی قرار دهند و در تصمیم‌گیری‌های نظامی از این نظریه استفاده کنند. در دهه‌ی اخیر نظریه‌ی بازی به طور گسترده در مسائل نظامی و امنیتی مورد استفاده قرار می‌گیرد (برای اطلاعات بیشتر مرجع [۳] را ببینید). سناریوهای دزد و پلیس [۴]، امنیت شبکه‌های کامپیوتری [۵]، سیستم دفاع موشکی ضدبالستیک [۶] و تروریسم [۷] ازجمله‌ی این کاربردها هستند. اخیراً اقدامات کاربردی در این زمینه در کشور آمریکا و در شهرهای لس آنجلس و نیویورک صورت گرفته است [۳]. نظریه‌ی بازی به دو نوع بازی مهم طبقه‌بندی می‌شود: بازی‌های همکارانه و بازی‌های غیر همکارانه [۸]. نویسنده در کارهای قبلی [۹]، [۱۰] و [۱۲] بازی‌های ماتریسی و دوماتریسی را در محیط فازی مورد بررسی قرار داده است و موقعیت آورانشه در جنگ جهانی دوم را به صورت یک بازی ماتریسی با عایدی‌های فازی مدل‌سازی کرده است. در آن مقاله نشان داده شده است که راهبردهای به دست آمده از روش پیشنهادی با تصمیم دکترین

[1] Von Neumann and Morgenstern
[2] Oliver Haywood

آمریکا مطابقت دارد. همچنین بازی مذاکرات هسته‌ای بین دو کشور را به صورت یک بازی دوماتریسی چندهدفی مدل‌سازی کرده و یک روش برای محاسبه‌ی نقاط تعادل کارای ضعیف آن ارائه داده است. این مقاله به کاربرد نظریه بازی در جنگ الکترونیک پرداخته و دو کاربرد از نظریه بازی در جنگ الکترونیک بیان می‌شود.

۲-مبانی نظری

یک بازی با مجموع صفر دو نفره به صورت سه تایی $G=\left(\mathrm{X,Y,A}\right)$ نمایش داده می‌شود که در آن X و Y فضاهای راهبردهای آمیخته برای بازیکنان ۱ و ۲ هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X=\left\{\mathrm{x}\in \mathrm{R}^{m} \mid \sum_{i=۱}^{m} x_i=۱, x_i\geq ۰, i=۱,\ldots,m\right\}, \quad (۲)$$

$$Y=\left\{y\in \mathrm{R}^{n} \mid \sum_{j=۱}^{n} y_j=۱, y_j\geq ۰, j=۱,\ldots,n\right\}. \quad (۳)$$

A را ماتریس عایدی بازی گوئیم.

فرض می‌شود که بازیکن ۱ به دنبال بیشینه‌سازی عایدی و بازیکن ۲ در پی کمینه‌سازی زیان است. زمانی که بازیکن ۱ راهبرد آمیخته‌ی $x\in X$ و بازیکن ۲ راهبرد آمیخته‌ی $y\in Y$ را انتخاب می‌کنند، اسکالر $x^T Ay$ عایدی مورد انتظار بازیکن ۱ خواهد بود و طبیعتاً $-x^T Ay$ عایدی بازیکن ۲ می‌باشد. نیومن[1] نشان داد که در بازی‌های با مجموع صفر دو نفره داریم:

$$\max_{x\in X}\min_{y\in Y} x^T Ay=\min_{y\in Y}\max_{x\in X} x^T Ay \quad (۴)$$

زوج راهبردهای $\left(\mathrm{x}^*,\mathrm{y}^*\right)$ که در رابطه‌ی فوق صدق کنند را یک جواب تعادل (نقطه تعادل) می‌نامیم.

[1] Neumann

۳-جمینگ رادار

این بخش نبرد بین رادار و جمینگ را با استفاده از نظریه بازی تحلیل می‌کند. قبل از تشریح مساله به معرفی برخی نمادهای به کار برده شده در مدل می‌پردازیم:

J_0: توان چگالی طیفی جمینگ در یک باند مختل شده

J_1: بیشترین مقدار ممکن J_0

k: تعداد باندهای مختل شده

n: تعداد باندها

E: انرژی پالس در خروجی گیرنده

N_0: توان چگالی طیفی نویز حرارتی

فرض می‌شود که رادار و جمینگ، راهبردهای خود را به صورت همزمان و بدون آگاهی از انتخاب بازیکن دیگر انتخاب می‌کنند. یک بازه زمانی که نشان دهنده زمان دور گردش یک یا چند پالس رادار است را در نظر بگیرید. در طول هر بازه رادار ممکن است پالسی را در یکی از n باند با پهنای باند مساوی بفرستد. راهبرد محض همان انتخاب یک باند ثابت جهت ارسال در طول هر بازه زمانی از عملیات است. راهبرد آمیخته انتخاب تصادفی یک باند در طول هر بازه زمانی را نشان می‌دهد. فرض کنید که جمر جمینگ نویز با توان متوسط را به کار می‌گیرد. راهبرد محض جمر شامل زیرمجموعه ثابت از n باند رادار با توزیع یکنواخت انرژی جمینگ در طول هر بازه زمانی عملیات است. در باندهای مختل شده انرژی جمینگ به طور یکنواخت توزیع شده که با یک توان چگالی طیفی J_0 نمایش داده می‌شود. اگر فقط یک باند مختل شود آنگاه J_0 بیشینه ارزش ممکن با مقدار J_1 را دارد. اگر k باند به طور همزمان مختل شوند آنگاه در هریک از این باندها $J_0 = \frac{J_1}{k}$ خواهد بود. فرض کنید نویز حرارتی تصادفی توان چگالی طیفی N_0 را در گیرنده رادار داشته باشد.

یک ماتریس عایدی با سطرهای متناظر با راهبردهای محض رادار و ستون‌های متناظر با راهبردهای محض جمر را در نظر گرفته می‌شود. لذا ماتریس عایدی شامل n سطر و $2^n - 1$ ستون است. عایدی به صورت نسبت سیگنال به نفوذ در خروجی گیرنده رادار تعریف می‌شود. فرض کنید گیرنده رادار شامل یک فیلتر تطبیق یافته باشد و جمینگ می‌تواند به صورت مستقل با باند- محدود و نویز گاوسی سفید مدلسازی شود. در نتیجه نسبت سیگنال به نفوذ در خروجی گیرنده برابر $\frac{2E}{J_0+N_0}$ است که در آن E انرژی پالس در خروجی گیرنده است [۱۲]. نسبت سیگنال به نفوذ برای عایدی به منظور ساده‌سازی تحلیل ریاضی استفاده شده است. اگرچه جمر $2^n - 1$ راهبرد محض دارد، تنها n کلاس (دسته) متمایز از راهبردها وجود دارد. یک کلاس خاص با توجه به چگونگی مختل شدن باندها با توجه به جدول (۱) تعریف می‌شود. اگر یک ستون ماتریس عایدی با یک راهبرد متعلق به C_k متناظر شود آنگاه درایه‌های واقع در ستون دو مقدار ممکن دارند که در جدول (۱) لیست شده است. ماتریس عایدی در جدول ۲ نشان داده شده است.

درایه‌های متناظر ستون‌های ماتریس عایدی	تعداد راهبردهای محض در کلاس	تعریف	کلاس
۱درایه: $\frac{2E}{J_1+N_0}$ n-1 درایه: $\frac{2E}{N_0}$	n	$J_0 = J_1$در یک باند، باندهای دیگر مختل نیستند	C_1
k درایه: $\frac{2E}{\frac{J_1}{k}+N_0}$ n-k درایه: $\frac{2E}{N_0}$	$\binom{n}{k}$	$J_0 = \frac{J_1}{k}$در k باند، باندهای دیگر مختل نیستند	C_k
تمام درایه‌ها: $\frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0}$	۱	$J_0 = \frac{J_1}{n}$در تمام باندها	C_n

جدول ۱: راهبردهای جمینگ

$\frac{2E}{J_1+N_0}$	$\frac{2E}{N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{\frac{J_1}{k}+N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0}$
$\frac{2E}{N_0}$	$\frac{2E}{J_1+N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0}$
$\frac{2E}{N_0}$	$\frac{2E}{N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{\frac{J_1}{k}+N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots\vdots\vdots$	$\vdots$	$\vdots\vdots\vdots$	$\vdots$
$\frac{2E}{N_0}$	$\frac{2E}{N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{N_0}$	$\cdots$	$\frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0}$

جدول۲: ماتریس عایدی

ارزش بالایی بازی بیشترین عایدی است که می‌تواند حاصل شود در صورتی که جمر راهبرد محض حاصل از کوچکترین بیشینه عایدی را انتخاب کند. از جداول ۱ و ۲ ملاحظه می‌شود که این راهبرد منحصر به فرد کلاس C_n است. بنابراین ارزش بالایی بازی $V_1 = \frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0}$ است.

ارزش پایینی بازی کمینه عایدی است که می‌تواند حاصل شود در صورتی که رادار راهبرد محض حاصل از بزرگترین کمینه عایدی را انتخاب کند. از جداول ملاحظه می‌شود که راهبردهای محض مینیمم عایدی یکسانی دارند. بنابراین ارزش پایینی بازی $V_2 = \frac{2E}{J_1+N_0}$ است.

چون ارزش‌ها با هم برابر نیستند پس بازی نقطه زینی ندارد. بنابراین به دنبال راهبرد آمیخته هستیم. یک راهبرد بهینه برای عملگر رادار آن است که یک باند را به طور تصادفی با احتمال $\frac{1}{n}$ انتخاب کند. راداری که به این صورت عمل کند را رادار فرکانس- چابک گوییم. فرض کنید $\underline{p}$ یک بردار با درایه‌های نمایش داده شده با احتمالات راهبردهای رادار باشد، و فرض کنید $\underline{q}$ یک بردار با درایه‌های نمایش دهنده احتمالات راهبردهای جمر باشد. ماتریس عایدی را با $\underline{A}$ نمایش می‌دهیم. عایدی مورد انتظار به صورت زیر است:

$$\overline{V}\left(\underline{p},\underline{q}\right)=\underline{p}\underline{A}\underline{q}=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{2^{n}-1}p_{i}A_{ij}q_{j} \qquad (1)$$

یک بردار خاص متناظر با رادار فرکانس-چابک را با $\underline{p_1}$ نمایش می‌دهیم، عناصر $\underline{p_1}$ همگی برابر $\frac{1}{n}$ هستند. بنابراین نتیجه می‌شود:

$$\overline{V}\left(\underline{p_1},\underline{q}\right)=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{2^{n}-1}q_{j}\sum_{j=1}^{n}A_{ij} \qquad (2)$$

اگر j متعلق به کلاس C_k باشد، از جداول ۱و۲ داریم:

$$\sum_{i=1}^{n}A_{ij}=\frac{2Ek}{\frac{J_1}{k}+N_0}+\frac{2E(n-k)}{N_0}\ ,\ \ j\in C_k$$

به سادگی مشاهده می‌شود که کمینه مقدار معادله (۲) زمانی حاصل می‌شود که $j\in C_n$ باشد. بنابراین با $\underline{q_1}$ متناظر با راهبرد محض جمینگ تمام باندها، نتیجه می‌گیریم که برای هر $\underline{q}$،

$$.\overline{V}\left(\underline{p_1},\underline{q_1}\right)\leq\overline{V}\left(\underline{p_1},\underline{q}\right) \qquad (3)$$

از آنجا که تمام عناصر $\underline{q_1}$ به جز عنصر متناظر با راهبرد C_n صفر هستند، واضح است که به کمک معادله (۱) به ازای هر $\underline{p}$ داریم:

$$\overline{V}\left(\underline{p},\underline{q_1}\right)=\overline{V}\left(\underline{p_1},\underline{q_1}\right) \qquad (4)$$

با ترکیب (۳) و (۴) داریم: $\overline{V}\left(\underline{p},\underline{q_1}\right)\leq\overline{V}\left(\underline{p_1},\underline{q_1}\right)\leq\overline{V}\left(\underline{p_1},\underline{q}\right)$.

لذا $\underline{p_1}$ و $\underline{q_1}$ به ترتیب بردارهای متناظر با راهبردهای بهینه برای رادار و جمر هستند. ارزش بازی تعیین شده از معادلات (۲) و (۳) برابر

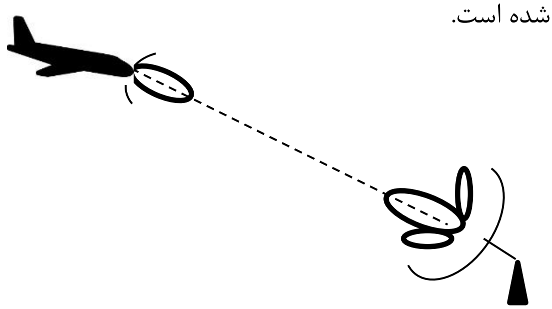
$$V\left(\underline{p_1},\underline{q_1}\right)=\frac{2E}{\frac{J_1}{n}+N_0} \qquad (5)$$

است. این کمیت نسبت سیگنال به نفوذ است زمانی که هر دو مبارز راهبردهای بهینه را به کار می‌گیرند.

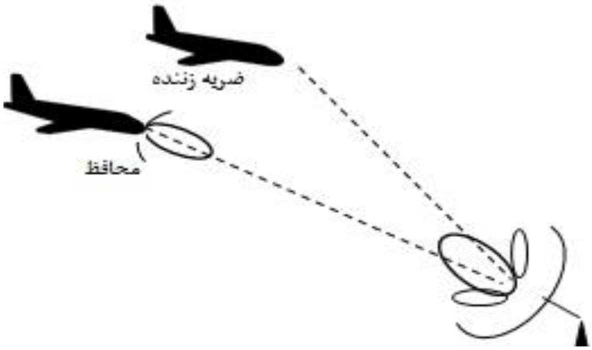
در این بخش نشان داده شد که جمر باید انرژی جمینگ را به طور یکنواخت در کل n باند پخش کند. اگر باندها به هم متصل باشند(پیوسته باشند) نتیجه می‌شود که ایجاد مانع در پهنای باند جمینگ به موضعی کم پهنا ترجیح دارد. زمانی که مانع جمینگ به کار برده شود، نسبت سیگنال به نفوذ در خروجی گیرنده رادار توسط معادله (۵) داده می‌شود.

۴-تخصیص منابع برای حمله هوایی

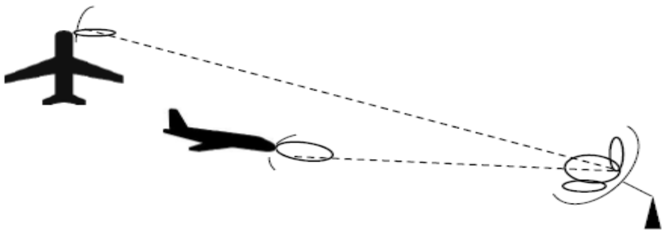
در این بخش یک مثال کلاسیک از کاربرد نظریه بازی و اصول بهینه‌سازی برای جنگ الکترونیک در طراحی نفوذ بمب افکن یا حمله هوایی بر علیه یک سیستم رادار پدافند هوایی تشریح می‌گردد. مهاجم باید نحوه به کارگیری هواپیماها و تجهیزات جمینگ در دسترس را تعیین کند. یک حالت این است که برخی یا تمام هواپیماهای ضربه زننده (بمب افکن‌ها) به تجهیزات جمینگ مجهز باشند. در این حالت ممکن است که رادار بتواند به کمک انرژی تابشی مکان هواپیماهای ضربه زننده را مشخص کند. از طرف دیگر، حجم و وزن جمینگ ممکن است باعث کاهش جنگ افزار هواپیما شود. راهبرد دیگر فراهم کردن تجهیزات جنگی به هواپیمای کمکی است. هواپیماهای کمکی یا به اصطلاح جمرهای محافظ که برخی یا تمام هواپیماهای ضربه زننده را در ساختار بسته در طول بخشی از پروازشان همراهی می‌کنند. جمرها با این که از هواپیمای ضربه زننده محافظت می‌کنند ممکن است خود مورد حمله قرار گیرند. راهبرد سوم استقرار هواپیمای جمینگ خارج از محدوده شناسایی سیستم دفاع هوایی است. این راهبرد متمرکز بر استفاده از جمرهای ایستا است که با الگوهای پرواز هواپیمای ضربه زننده هماهنگ هستند. اغلب آنتن‌های توان بالا برای جمرهای ایستا مورد نیاز است تا موثر باشند. سه راهبرد جمینگ در شکل (۱) نمایش داده شده است.



الف) جمر خود نمایشی



ب) جمر محافظ



ج) جمر ایستا

شکل ۱. جمرهای رادار در طول حمله هوایی

نظریه بازی برای تحلیل این تضاد مناسب است. هر تخصیص ممکن از قواعد هواپیما با یک اندیس i برچسب‌گذاری می‌گردد و به هر نوع ممکن از سیستم پدافند هوایی اندیس j تخصیص داده می‌شود. پارامترهای دیگر نشان داده شده توسط بردار $\underline{x}$ باید توسط مهاجم انتخاب شوند. این پارامترها مشخصه‌های تجهیزات جنگی را نشان می‌دهند. برای تعریف یک ماتریس عایدی در ابتدا تابع $f(i,j,\underline{x})$ را تعریف می‌کنیم که مقدار مورد انتظار اندازه کارایی ماموریت است یعنی به ازای هر مقدار $(i,j,\underline{x})$،

$$f(i,j,\underline{x}) = E\left(g(i,j,\underline{x})\right) \tag{6}$$

که $g(i,j,\underline{x})$ یک متغیر تصادفی روی فضای نمونه خروجی‌های ماموریت است. برای مثال $g(i,j,\underline{x})$ می‌تواند سود حاصل از انجام کامل یا جزئی ماموریت مهاجم منهای ضرر از بین رفتن برخی از هواپیماهای حمله در طول اجرای ماموریت باشد. واحد این تابع می‌تواند به صورت پولی یا میزان از دست دادن توانایی نبرد باشد. یک مشکل می‌تواند تخصیص یک مقدار به از دست رفتن خلبانان باشد. اگر امکان نداشته باشد چنین تخصیصی کاملا ذهنی است. یک راه، محاسبه احتمال مرگ یا دستگیری خلبان برای هر انتخاب i، j و $\underline{x}$ است.

با نمایش این احتمال توسط $Z_k(i,j,\underline{x})$، محدودیت‌هایی به صورت

$$Z_k(i,j,\underline{x}) \leq c \quad (7)$$

را اعمال می‌کنیم که در آن c بیشینه مقدار ممکن این احتمال است. اندیس k برای تمایز انواع مختلف هواپیماهایی است که خلبانان ممکن است برای پرواز اختیار کنند.

به ازای مقادیر ثابت i و j اگر هیچ انتخاب ممکنی از $\underline{x}$ وجود نداشته باشد که در این نامساوی‌ها صدق کند آنگاه گزینه متناظر با اندیس i از بررسی توسط مهاجم حذف می‌شود. اگر به ازای هر مقدار j هیچ مقدار ممکنی از $\underline{x}$ و c نتواند در معادله (۷) صدق کند آنگاه یا ماموریت باید لغو شود یا مقدار c باید اضافه گردد.

با فرض اینکه معادله (۷) به ازای حداقل یک انتخاب $\underline{x}$ برقرار است، مهاجم باید $\underline{x}$ را طوری انتخاب کند که $f(i,j,\underline{x})$ بیشینه شود. زیرا مقادیر ممکن $\underline{x}$ مشخصه‌های تجهیزات جمینگ و سلاح‌های داخل هواپیما را نشان می‌دهد. محدودیت‌های دیگر شامل ابعاد و وزن یک کالا یا گروهی از کالاهاست. با برچسب گذاری هر محدودیت توسط یک اندیس n، این محدودیت‌ها می‌توانند به صورت زیر بیان شوند:

$$y_n(i,\underline{x}) \leq D_n, \qquad n = 1,2,\dots \quad (8)$$

که در آن D_n حداکثر ظرفیت حجمی(وزنی) است. توجه کنید توابع $y_n(i,\underline{x})$ به j وابسته نیستند. برای بیشینه‌سازی $f(i,j,\underline{x})$ با در نظر گرفتن محدودیت‌های (۷) و (۸) از مفاهیم برنامه‌ریزی ریاضی استفاده می‌شود. به ازای i و j خاص جواب بهینه مسأله را به صورت $\underline{x}(i,j)$ به دست می‌آوریم.

اکنون می‌توان یک ماتریس عایدی با درایه‌های به صورت زیر تعریف کرد:

$$A_{ij} = f(i, j, \underline{x}(i, j)) \qquad (9)$$

همین که ماتریس عایدی ساخته شد، راهبردهای بهینه را می‌توان با توجه به اصول نظریه بازی‌های متناهی دو نفره مجموع صفر ارزیابی کرد.

در وضعیتی که اطمینان کافی برای تخصیص احتمالات p_j به هر گزینه دفاعی داشته باشیم، ساختار مسأله کمی متفاوت خواهد بود. در این مورد مقادیر مورد انتظار را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\overline{f}(i, \underline{x}) = \sum_j p_j f(i, j, \underline{x}) \qquad (10)$$

$$\overline{Z}_k(i, \underline{x}) = \sum_j p_j Z_k(i, j, \underline{x}) \qquad (11)$$

برای هر مقدار ثابت i، $\underline{x} = \underline{x}_0(i)$ انتخاب می‌کنیم که $\underline{x}_0$ مقدار $\overline{f}(i, \underline{x})$ را با در نظر گرفتن محدودیت‌های (۸) و محدودیت‌های زیر بیشینه می‌کند.

$$\overline{Z}_k(i, \underline{x}) \leq c, \qquad k = 1,2, \ldots \qquad (12)$$

اگر به ازای یک ثابت i، هیچ مقداری از $\underline{x}$ در این محدودیت‌ها صدق نکند، راهبرد i از بررسی بیشتر حذف می‌شود. همین‌که $\underline{x}_0(i)$ تعیین شد تابع عایدی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f_1(i) = \overline{f}(i, \underline{x}_0(i)) \qquad (13)$$

راهبرد i که تابع عایدی را ماکزیمم می‌کند یک جواب بهینه است. ویژگی دیگر این ساختار مسأله این است که به طور اتوماتیک راهبرد محض را نتیجه می‌دهد. ساختار قبلی با یک ماتریس عایدی یک راهبرد محض را زمانی نتیجه می‌داد که ماتریس شامل نقطه زینی باشد. اگر نقطه زینی وجود نداشت راهبرد بهینه به شکل آمیخته بود. متاسفانه زمانی که یک ضربه زننده یا تعداد کمی از ضربه زننده‌ها مامور شده باشند راهبرد آمیخته معمولا به طور مناسب اجرا نمی‌شود.

اکنون یک مثال ساده در مورد تخصیص منبع برای یک حمله هوایی را بیان می‌کنیم. فرض کنید دو سامانه پدافند هوایی با $j = 1,2$ نمایش داده شوند. در اینجا تنها دو موقعیت حمله هوایی بررسی می‌شود. اگر $i = 1$ هواپیمای ضربه زننده حامل تجهیزات جمینگ خودنمایشی توسط یک جمر ایستا پشتیبانی شده است. اگر $i = 2$ یک هواپیمای ضربه زننده بدون تجهیزات توسط یک جمر محافظ همراه شده است. هواپیمای ضربه زننده با $k = 1$ و هواپیمای کمکی با $k = 2$ نمایش داده می‌شود. فرض کنید که بردار $\underline{x}$ شامل یک عنصر تکی نمایش داده شده با w باشد که وزن تجهیزات جمینگ در هواپیمای ضربه زننده را نشان می‌دهد. همچنین فرض کنید که وزن W و حجم v تجهیزات جمینگ محدود شده باشند. محدودیت‌هایی که به طور نمادین در معادله (۸) نمایش داده شده‌اند به صورت $0 \leq w \leq W$ و $0 \leq v \leq V$ هستند که W و V به ترتیب برابر مقادیر وزنی و حجمی هستند. فرض کنید $w = \rho v$ که ρ ثابت چگالی است. با ترکیب این روابط داریم:

$$0 \leq w \leq \min(W, \rho V) \qquad (14)$$

که محدوده مقادیر ممکن w را نشان می‌دهد.

طبق تعریف زمانی که $i = 2$ هواپیمای ضربه زنده تجهیزات جمینگ ندارد. بنابراین $Z_k(2, j, w) = Z_k(2, j)$

فرض کنید به ازای مقدار خاص c،

$$Z_k(2, j) \leq c, \qquad j = 1,2, \qquad k = 1,2 \qquad (15)$$

که سمت چپ احتمال از بین رفتن خلبانان برای انواع مختلف هواپیماهاست.

زمانی که $i = 1$، فرض می‌کنیم جمر ایستا نسبتا ایمن‌تر از هواپیمای ضربه زننده باشد به طوری که

$$Z_2(1, j, w) < Z_1(1, j, w) \qquad j = 1,2 \qquad (16)$$

این رابطه نتیجه می‌دهد که در صورتی که $Z_1(1, j, w)$ در معادله (۲) صدق کند، $Z_2(1, j, w)$ نیز در معادله (۷) صدق می‌کند. فرض کنید که تابع Z_1 خطی است یعنی

$$Z_1(1, j, w) = a_j + b_j w \qquad (17)$$

با استفاده از این فرم‌های تابعی در معادله (۷) و با ترکیب نتیجه با معادله (۱۴)، محدودیت زیر را به دست می‌آوریم:

$$0 \leq w \leq w_0 \qquad (18)$$

که در آن

$$w_0 = min\left(W, \rho V, \frac{c - a_1}{b_1}, \frac{c - a_2}{b_2}\right) \qquad (19)$$

فرض کنید که $w_0 \geq 0$ به طوری که محدودیت معادله (۱۸) بتواند توسط حداقل یک مقدار w برقرار باشد. با بررسی تمام محدودیت‌ها به بیشینه‌سازی $f(i,j,w)$ به ازای $i = 1,2,\ j = 1,2$ باز می‌گردیم. چون زمانی که $i = 2$ هواپیمای ضربه زننده تجهیزات جمینگ ندارد، به ازای $j = 1,2$ می‌نویسیم $f(2,j,w) = f(2,j)$.

فرض کنید $f(1,1,w)$ و $f(1,2,w)$ توسط $w = w_1$ و $w = w_2$ ماکزیمم شده باشند و اینکه هر دو w_1 و w_2 در ناحیه خاص معادله (۱۸) قرار گیرند. با استفاده از معادله (۹) ماتریس عایدی را به صورت زیر می‌سازیم.

راهبردهای تدافعی

راهبردهای تهاجمی

$f(1,1,w_1)$	$f(1,2,w_2)$
$f(2,1)$	$f(2,2)$

اگر نتیجه شود که

$$f(1,1,w_1) < f(2,1) < f(2,2) \qquad (20)$$

آنگاه این بازی نقطه زینی دارد و راهبرد تهاجمی بهینه فرستادن یک جمر محافظ همراه با هواپیمای ضربه زننده است. در این حالت مقدار $f(1,2,w_2)$ نامناسب است، پس ما نگران تعیین w_2 نیستیم. اگر $f(1,1,w)$ یک تابع خطی برحسب w باشد آنگاه w_0 یا w_1 صفر است.

فرض کنید احتمال p_1 بتواند به گزینه دفاعی $j = 1$ تخصیص داده شود آنگاه گزینه دفاعی $j = 2$ احتمال $p_2 = 1 - p_1$ دارد. معادلات (۱۱) و (۱۵) نتیجه می‌دهند که معادله (۱۲) به ازای $k = 1$، $i = 2$ و $i = 2,\ k = 2$ برقرار است. برای سادگی فرض می‌کنیم زمانی که $i = 1$ جمر ایستا نمی‌تواند مورد حمله باشد. بنابراین

$$Z_2(1, j, w) = 0, \qquad \mathrm{j} = 1{,}2 \qquad (21)$$

و معادله (۱۲) به ازای $i = 1, k = 2$ برقرار است. از معادلات (۱۱) و (۱۷) داریم:

$$\overline{Z}_1(1, w) = p_1 a_1 + (1 - p)a_2 + [p_1 b_1 + (1 - p_1)b_2]w \qquad (22)$$

از معادلات (۱۲)، (۱۴) و (۲۲) داریم:

$$0 \le w \le w_0' \qquad (23)$$

که در آن

$$w_0' = min\left[W, \rho V, \frac{c - p_1 a_1 - (1 - p_1)a_2}{p_1 b_1 + (1 - p_1)b_2}\right] \qquad (24)$$

فرض کنید که $w_0' \ge 0$، به طوری که محدودیت‌های معادله (۲۳) بتوانند توسط حداقل یک مقدار w برقرار باشند. از معادله (۱۰) داریم:

$$\overline{f}(1, w) = p_1 f(1{,}1, w) + (1 - p_1)f(1{,}2, w) \qquad (25)$$

فرض کنید این تابع در $w = w_0'$ ماکزیمم شده باشد. در این صورت معادله (۱۳) نتیجه می‌دهد:

$$f_1(1) = p_1 f(1{,}1, w_1') + (1 - p_1)f(1{,}2, w_1') \qquad (26)$$

اگر $\overline{f}(1, w)$ یک تابع خطی برحسب w باشد آنگاه w_0' یا w_1' صفر است. با استفاده از معادلات (۱۰) و (۱۳) به دست می‌آوریم:

$$f_1(2) = p_1 f(2{,}1) + (1 - p_1)f(2{,}2) \qquad (27)$$

اگر معلوم شود که معادله (۲۰) معتبر است و

$$f(1,2,w_1') \leq f(1,1,w_1') \text{ و } w_1' = w_1 \qquad (28)$$

در این صورت معادلات (۲۰) و (۲۶) تا (۲۸) نتیجه می‌دهند که $f_1(2) > f_1(1)$.

بنابراین راهبرد تهاجمی بهینه این است که یک جمر محافظ را به همراه هواپیمای ضربه زننده بفرستیم.

۵-نتیجه‌گیری

در این مقاله به مطالعه دو کاربرد نظریه بازی در جنگ الکترونیک پرداخته شد. در کاربرد اول به تحلیل یک درگیری بین رادار و جمینگ به عنوان دو مبارز پرداخته شد. راهبردهای محض رادار و جمینگ و ماتریس عایدی حاصل تعیین شده و نشان داده شد که مدل بازی حاصل نقطه زینی ندارد. سپس راهبردهای آمیخته بازیکنان معرفی شده و نحوه محاسبه راهبرد آمیخته بهینه بازیکنان تشریح گردید. در کاربرد دوم به نحوه تخصیص منابع در یک نبردهوایی پرداخته شد. سه رزم‌نامه مختلف بررسی گردیده و نحوه تحلیل این رزم‌نامه‌ها به کمک نظریه بازی تشریح گردید. برای کارهای آینده پیشنهاد می‌گردد دیگر ابعاد سامانه پشتیبان تصمیم جنگ الکترونیک مبتنی بر نظریه بازی و هوش مصنوعی مورد بررسی قرار گیرد به عنوان مثال از یادگیری ماشین در شناسایی و روش‌های نظریه بازی در انتخاب راهبرد استفاده گردد.

۶-مراجع

[۱] J. V. Neumann ,O. Morgenstern, “Theory of Games and Economic Behavior” Wiley, New York, 1944.

[۲] O. G. Haywood, “Military Decision and Game Theory” Wiley, Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 4, pp. 365-385, 1989.

[۳] M. Tambe, “Security and game theory, algorithms, deployed systems, lessons learned” Cambridge university press, 2012.

[۴] N. Gatti, “Game Theoretical Insights in Strategic Patrolling: Model and Algorithm in Normal-Form” in ECAI-08, pp. 403–407, 2008.

[۵] K. Lye, J. M. Wing, “Game Strategies in Network Security” International Journal of Information Security, vol. 4, no. 1–2, pp.71–86, 2005.

[۶] G. Brown, M. Carlyle, J. Kline, and K. Wood, “A Two-Sided Optimization for Theater Ballistic Missile Defense” Operations Research, vol. 53, pp. 263–275, 2005.

[۷] T. Sandler, D. G. A. M, “Terrorism and Game Theory” Simulation and Gaming, vol. 34, no. 3, pp. 319–337, 2003.

[۸] G. Owen, “Game Theory” Academic Press, San Diego, Third Edition, 1995.

[۹] H. Bigdeli, H. hassanpour, J. Tayyebi, “The optimistic and pessimistic solutions of single and multiobjective matrix games with fuzzy payoffs and analysis of some of military problems” *Defence Sci & Tech*, 8(2), 3, 2017.

[۱۰] H. Bigdeli, H. Hassanpour, “A satisfactory strategy of multiobjective two person matrix games with fuzzy payoffs” Iranian Journal of Fuzzy Systems, 13, 17-33, 2016.

[۱۱] H. Bigdeli, H. Hassanpour, J. Tayyebi, “Constrained Bimatrix Games with Fuzzy Goals and its Application in Nuclear Negotiations”, 8(1), 2018.

[۱۲] A. Whalen, Detection of Signals in Noise, Academic Press, New York,1971.